

Изменение расчетных схем в условиях неопределенности

1. Изменение расчетных схем в условиях неопределенности

В условиях неопределенности у финансовых операций появляется еще одна характеристика — рискованность. Стремление уменьшить риск и увеличить возможный доход — вот главное в действиях в условиях неопределенности. Не все случайное можно измерить вероятностью. Неопределенность — более широкое понятие. Кратко говоря, уникальные единичные случайные явления связаны с неопределенностью, массовые случайные явления обязательно допускают некоторые закономерности вероятностного характера.

Плавающая ставка процента

Рассмотрим три варианта начисления процентов за пользование деньгами на единичном промежутке:

- 1) в конце промежутка по ставке i начисляются проценты;
- 2) в конце промежутка начисляются проценты по случайной ставке, в среднем ставка равна i процентов;
- 3) проценты начисляются дважды: половина — незадолго до конца промежутка и вторая половина — на таком же временном расстоянии после окончания промежутка.

Достаточно ограничиться рассмотрением единичной денежной суммы.

Первый вариант начисления процентов — это вариант детерминированного финансового анализа, т.е. анализа в условиях определенности.

Второй вариант. Пусть $f(x)$ — плотность распределения случайной ставки X , тогда начисляемые процентные деньги есть случайная величина $I(X) = X$ с плотностью $f(x)$ и математическим ожиданием $M[I] = M[X] = i$. Другими словами, детерминированный эквивалент случайной ставки есть i .

Третий вариант. Пусть первая порция процентных денег по ставке $i/2$ начисляется в момент $1-\varepsilon$, а вторая, также по ставке $i/2$, в момент $1 + \varepsilon$, где ε — небольшое положительное число. Тогда в первый раз начисленные процентные деньги $I_1 = i/2$, во второй раз также $I_2 = i/2$. Приведем эти суммы к моменту 1, для чего I_1 умножим на $(1 + i)^\varepsilon$, а I_2 умножим на $(1 + i)^{-\varepsilon}$. Получаем эквивалент суммарных процентных денег в момент 1:

$$(i/2)((1 + i)^\varepsilon + (1 + i)^{-\varepsilon}) > i$$

т.е. детерминированный вариант таким образом начисляемой процентной ставки больше, чем i . Как можно представить второй и третий варианты? Пусть банк имеет много филиалов, относительно самостоятельных в части выплаты процентов (в какой-то мере таковым является Сбербанк). Второй вариант получается, когда все они начисляют проценты в конце промежутка, но сами проценты случайные, хотя в среднем по всему банку процентная ставка равна i (усреднение по географическому признаку). Такой вариант назовем случайными процентами. Третий вариант получается, когда в каждом филиале начисляются одни и те же проценты, но день начисления случаен. Такая случайность есть начисление процентов (неслучайных) в случайный момент времени (здесь усреднение по времени начисления процентов). Итак, детерминированный эквивалент случайных процентов (второй вариант) равен математическому ожиданию случайной величины начисляемых процентов. Детерминированный эквивалент случайного (во времени) начисления процентов (третий вариант) больше, чем математическое ожидание (по моменту времени) начисляемых процентов.

Аналогичные выводы следуют по поводу различных вариантов дисконтирования к современному моменту будущих сумм. Рассмотрим три варианта выплаты займа (в долг взята единичная сумма), взятого на единичный промежуток времени по ставке i процентов:

- 1) в конце промежутка выплачивается сумма $(1 + i)$ — детерминированный вариант;
- 2) в конце промежутка выплачивается случайная сумма, в среднем равная $(1 + i)$;
- 3) сумма выплачивается дважды: половина — незадолго до конца промежутка и вторая половина — на таком же временном расстоянии после окончания промежутка.

Аналогичные расчеты показывают, что во втором варианте средняя величина дисконтированных к современному моменту выплат равна 1, т.е. второй вариант эквивалентен детерминированному варианту; в третьем варианте средняя величина оказывается больше, чем 1. Итак, для кредитора предпочтительнее третий вариант.

Все это хорошо известно финансистам и может быть выражено словами: *если возможно, свой долг плати позже, а долги себе собирай пораньше.*

Случайные потоки платежей

Такие потоки могут быть весьма разнообразны:

- 1) полностью детерминированный поток — моменты платежей и величины платежей полностью определены;
- 2) частично детерминированный поток — полностью определены моменты платежей либо величины платежей и т.д.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. По договору в течение 5 лет в конце каждого квартала издательство переводит на счет автора случайную сумму денег (зависит от числа проданных книг). Предположим, что эта сумма равномерно распределена от 1000 до 1400 руб. Как найти современную величину этой ренты?

Решение. Так как момент платежей точно определен, то для расчетов можно заменить поток реальных платежей потоком их математических ожиданий и использовать соответствующую формулу из детерминированного анализа. Так как переводимая сумма равномерно распределена, то ее математическое ожидание есть середина промежутка распределения, т.е. 1200 руб. Для простоты пусть квартальная ставка сложных процентов $i = 3\%$, тогда искомая современная величина равна

$$1200 \cdot a(20,3) = 1200 \cdot 14,877 = 17\,852 \text{ руб.}$$

Пример 2. Предположим, что единичные платежи следуют друг за другом через случайные промежутки времени, распределенные по показательному закону с параметром $\lambda > 0$ (пуассоновский поток платежей). Найдём современную величину такого случайного потока платежей (точнее, математическое ожидание этой величины).

Дисконтируем к современному моменту первый платеж. Для этого надо подсчитать интеграл:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} (1+i)^{-t} \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt &= \int_0^{\infty} \lambda e^{-t(\lambda + \ln(1+i))} dt = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A \lambda e^{-t(\lambda + \ln(1+i))} dt = \\ &= \lim_{A \rightarrow \infty} \left(-\frac{\lambda}{\lambda + \ln(1+i)} e^{-t(\lambda + \ln(1+i))} \right) \Big|_0^A = \lambda / [\lambda + \ln(1+i)]. \end{aligned}$$

Параметр λ , в показательном законе равен $\lambda = 1/T$, где T — среднее время между платежами, тогда математическое ожидание современной величины первого платежа равно

$$1/[1 + T \cdot \ln(1+i)].$$

Поскольку промежуток времени между платежами распределен одинаково, то математическое ожидание современной величины второго и третьего платежей соответственно равны

$$1/[1 + T \cdot \ln(1+i)]^2, \quad 1/[1 + T \cdot \ln(1+i)]^3,$$

Сумма всех этих величин и даст искомую величину:

$$1/[T \cdot \ln(1+i)].$$

В частности, при $T = 1$ получаем $1/\ln(1+i)$. Заметим, что если бы поток был неслучайным и платежи следовали бы друг за другом через единичный промежуток времени (тогда частота платежей была бы той же самой), то современная величина такого потока была бы $1/i$. Так как $\ln(1+i) < i$, то современная величина случайной ренты больше, чем регулярной.

Рисковые инвестиционные процессы

Для оценки характеристик инвестиционных проектов важнейшее значение имеет ставка дисконтирования будущих доходов к современному моменту. Если будущие платежи рискованны, т.е. не являются жестко определенными, то инвесторы уменьшают сегодняшнюю оценку будущих доходов. Тем самым для оценки сегодняшнего значения будущих доходов приходится применять увеличенную ставку дисконтирования. Самое простое — расклассифицировать проекты на низкорисковые, среднерисковые и высокорисковые и приписать каждой группе некоторый добавок к обычному коэффициенту дисконтирования. Например, для низкорисковых к ставке прибавляется 2%, к среднерисковым — 4%, к высокорисковым — 6%. В некоторых моделях финансового рынка этот вопрос, вопрос об учете риска, решается по-своему.

Доходность вероятностных финансовых операций

В детерминированном анализе доходность d финансовой операции определяется из уравнения

$$d = (K - H)/H$$

где H , K — денежные оценки соответственно начала операции (затраты, инвестиции) и конца операции (доход, наращенный капитал). Вообще говоря, эти величины также могут быть неопределенны. Однако начальная оценка чаще все же точно известна. Неопределенность конечной оценки может быть двоякой:

- неполностью известна ее величина, но момент окончания операции известен точно;
- или же известна полностью ее величина, но окончиться операция может в случайный момент.

Подсчет доходности операции в процентах годовых в этих двух случаях производится по-разному. В первом случае вместо конечной оценки используется ее математическое ожидание. Для иллюстрации подсчета доходности во втором случае рассмотрим пример.

Пример. Начальный капитал инвестора равен \$1000. Он предполагает, что в результате ожидаемой финансовой операции капитал может с равной вероятностью возрасти в два раза, не измениться или уменьшиться в два раза (с вычетом сопутствующих издержек). Найти среднюю ожидаемую доходность планируемой операции.

Решение. Математическое ожидание конечной оценки капитала равно, очевидно, $(2000+1000+500)/3 = 3500/3$, так что средняя ожидаемая доходность будет $(3500/3 - 1000)/1000 = 500/3000 = 17\%$.

В случае, когда начальная оценка операции не может быть точно определена, доходность операции может быть рассчитана как математическое ожидание доходностей вариантов операции с учетом их вероятностей.

Пример. Базовый вариант операции, вероятность которого оценивается в 0,9, предусматривает затраты \$10 000, а прибыль — \$3 000; с вероятностью 0,1 возможен и другой вариант, при котором затраты равны \$20 000, а прибыль равна \$10 000. Какова средняя ожидаемая доходность операции?

Решение. Средняя ожидаемая доходность равна $0,9 \cdot 3000 / 10000 + 0,1 \cdot 10000 / 20000 = 0,32$.

2. Классическая схема принятия решений в условиях неопределенности.

Понятие риска

Неопределенность приносит риск. Риск — одно из важнейших понятий, сопутствующих любой активной деятельности человека.

Под финансовой операцией понимается операция, начальное и конечное состояния которой имеют денежную оценку и цель проведения которой заключается в максимизации дохода — разности между конечной и начальной оценками (или какого-нибудь другого подобного показателя).

Почти всегда финансовые операции проводятся в условиях неопределенности и потому их результат невозможно предсказать заранее. Поэтому финансовые операции рискованны: при их проведении возможны как прибыль, так и убыток (или не очень большая прибыль по сравнению с той, на что надеялись проводившие эту операцию).

Проводящий операцию (принимающий решение) называется ЛПР — лицо, принимающее решение. Естественно, ЛПР заинтересовано в успехе операции и является за нее ответственным (иногда только перед самим собой). Во многих случаях ЛПР — это инвестор, вкладывающий деньги в банк, в какую-то финансовую операцию, покупающий ценные бумаги и т.п.

Определение. Операция называется рискованной, если она может иметь несколько исходов, не равноценных для ЛПР.

Далее будем считать, что исходы операций отличаются доходами, получаемыми ЛПР, и этого достаточно для их различения и оценки риска операции. Существует несколько разных способов оценки операции с точки зрения ее доходности и риска.

Матрицы последствий и рисков

Допустим, рассматривается вопрос о проведении финансовой операции. Неясно, чем она может закончиться. В связи с этим проводится анализ нескольких возможных решений и их последствий.

Предположим, что ЛПР рассматривает несколько возможных решений $i = 1, \dots, m$. Ситуация неопределенна, известно лишь, что наличествует какой-то из вариантов $j = 1, \dots, n$. Если будет принято i -е решение, а ситуация j -я, то фирма получит доход q_{ij} . Матрица $Q = (q_{ij})$ называется матрицей последствий (возможных решений). Какое же решение нужно принять ЛПР? В этой неопределенной ситуации могут быть высказаны лишь некоторые рекомендации предварительного характера. Они не обязательно будут приняты ЛПР. Многое будет зависеть, например, от его склонности к риску. Но как оценить риск в данной схеме?

Допустим, мы хотим оценить риск, который несет i -е решение. Нам неизвестна реальная ситуация. Но если бы мы ее знали, то выбрали бы наилучшее решение, т.е. приносящее наибольший доход. Если ситуация j -я, то было бы принято решение, дающее доход $q_j = \max_i q_{ij}$. Значит, принимая i -е решение, мы рискуем получить не q_j , а только q_{ij} , т.е. принятие i -го решения несет риск недобрать $r_{ij} = q_j - q_{ij}$. Матрица $R = (r_{ij})$ называется матрицей рисков.

Пример. Пусть матрица последствий есть

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Составим матрицу рисков. Имеем

$$q_1 = \max_i q_{i1} = 8, \quad q_2 = 5, \quad q_3 = 8, \quad q_4 = 12.$$

Следовательно, матрица рисков есть

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Правила принятия решений в условиях неопределенности

Правило Вальда (правило крайнего пессимизма). Рассматривая i -е решение, будем полагать, что на самом деле ситуация складывается самая плохая, т.е. приносящая самый малый доход:

$$a_i = \min_j q_{ij}.$$

Но теперь выберем решение i_0 с наибольшим a_{i_0} . Итак, правило Вальда рекомендует принять решение i_0 такое, что

$$a_{i_0} = \max_i a_i = \max_i \left(\min_j q_{ij} \right).$$

Правило Сэвиджа (правило минимального риска). При применении этого правила анализируется матрица рисков $R = (r_{ij})$. Рассматривая i -е решение, будем полагать, что на самом деле складывается ситуация максимального риска $b_i = \max_j r_{ij}$. Но теперь выберем решение i_0 с наименьшим b_{i_0} . Итак, правило Сэвиджа рекомендует принять решение i_0 такое, что

$$b_{i_0} = \min_i b_i = \min_i \left(\max_j r_{ij} \right).$$

Правило Гурвица (взвешенное правило). Принимается решение i , на котором достигается максимум

$$\left\{ \lambda \min_j q_{ij} + (1 - \lambda) \max_j q_{ij} \right\}, \text{ где } 0 \leq \lambda \leq 1.$$

Значение λ выбирается из субъективных соображений. Если λ приближается к 1, то правило Гурвица приближается к правилу Вальда, при приближении λ к 0 правило Гурвица приближается к правилу крайнего оптимизма.

В предыдущем примере имеем $a_1 = 2, a_2 = 2, a_3 = 3, a_4 = 1$. Теперь из чисел 2, 2, 3, 1 находим максимальное: 3. Значит, правило Вальда рекомендует принять 3-е решение.

Далее, $b_1 = 8, b_2 = 6, b_3 = 5, b_4 = 7$. Теперь из чисел 8, 6, 5, 7 находим минимальное, т.е. 5. Значит, правило Сэвиджа рекомендует принять 3-е решение.

Правило Гурвица при $\lambda = 1/2$ рекомендует 2-е решение.

Предположим, что в рассматриваемой схеме известны вероятности p_j того, что реальная ситуация развивается по варианту j . Такая ситуация называется частичной неопределенностью. В этом случае используются следующие правила.

Правило максимизации среднего ожидаемого дохода. Доход, получаемый фирмой при реализации i -го решения, является случайной величиной Q_i с рядом распределения

$$\left| \begin{array}{c} q_{i_1} \\ p_1 \end{array} \right| \dots \left| \begin{array}{c} q_{i_n} \\ p_n \end{array} \right|.$$

Математическое ожидание $M[Q_i]$ и есть средний ожидаемый доход, обозначаемый также $\bar{Q}_i$. Итак, правило рекомендует принять решение, приносящее максимальный средний ожидаемый доход.

Правило минимизации среднего ожидаемого риска. Риск фирмы при реализации i -го решения является случайной величиной R_i с рядом распределения

$$\left| \begin{array}{c} r_{i1} \\ p_1 \end{array} \right| \dots \left| \begin{array}{c} r_{in} \\ p_n \end{array} \right|.$$

Математическое ожидание $M[R_i]$ и есть средний ожидаемый риск, обозначаемый также $\bar{R}_i$. Правило рекомендует принять решение, влекущее минимальный средний ожидаемый риск.

Предположим, что в схеме ранее рассмотренного примера вероятности есть $1/2, 1/6, 1/6, 1/6$. Тогда $\bar{Q}_1 = 29/6, \bar{Q}_2 = 25/6, \bar{Q}_3 = 7, \bar{Q}_4 = 17/6$. Максимальный средний ожидаемый доход равен 7 и соответствует третьему решению.

Вычислим средние ожидаемые риски при указанных выше вероятностях. Получаем $\bar{R}_1 = 20/6, \bar{R}_2 = 4, \bar{R}_3 = 7/6, \bar{R}_4 = 32/6$. Минимальный средний ожидаемый риск равен $7/6$ и соответствует третьему решению.

3. Характеристики вероятностных финансовых операций

Риск операции

Количественная оценка риска операции возможна только при вероятностной характеристике множества исходов операции.

Так как мы хотим количественно оценить рискованность операции, а это невозможно сделать без вероятностной характеристики операции, то ее исходам припишем вероятности и оценим каждый исход доходом, который ЛПР получает при этом исходе. В итоге получим случайную величину Q , которую естественно назвать случайным доходом операции, или просто случайным доходом. Будем рассматривать дискретные случайные величины (д.с.в.):

$$Q: \left| \begin{array}{c} q_1 \\ p_1 \end{array} \right| \dots \left| \begin{array}{c} q_j \\ p_j \end{array} \right| \dots \left| \begin{array}{c} q_n \\ p_n \end{array} \right|,$$

где q_j — доход, а p_j — вероятность этого дохода.

Средний ожидаемый доход — математическое ожидание с.в. Q , т.е. $M[Q] = q_1 p_1 + \dots + q_n p_n$, употребляется также название *эффективность операции*.

Дисперсия операции — дисперсия с.в. Q , т.е. $D[Q] = M[(Q - M[Q])^2]$.

Среднее квадратическое отклонение с.в. Q , т.е. $\sigma[Q] = \sqrt{D[Q]}$.

Отметим, что средний ожидаемый доход, или эффективность операции, как и среднее квадратическое отклонение, измеряется в тех же единицах, что и доход.

Риском операции называется число $\sigma[Q]$ — среднее квадратическое отклонение случайного дохода операции Q . Обозначается также r_Q .

Пример. Рассмотрим две вероятностные операции:

$$Q_1: \left| \begin{array}{c} -5 \\ 0,01 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 25 \\ 0,99 \end{array} \right|, \quad Q_2: \left| \begin{array}{c} 15 \\ 0,5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 25 \\ 0,5 \end{array} \right|.$$

Найдем риски этих операций.

Сначала вычисляем математическое ожидание с.в.

$$m_1 = -5 \cdot 0,01 + 25 \cdot 0,99 = 24,7.$$

Теперь вычислим

$$M[Q_1^2] = 25 \cdot 0,01 + 625 \cdot 0,99 = 619.$$

Следовательно

$$D_1 = 619 - (24,7)^2 = 8,91$$

и риск равен $r_1 = 2,98$.

Аналогичные вычисления для второй операции дают $m_2 = 20; r_2 = 5$.

Как видим, первая операция менее рискованная.

Следующие утверждения о риске являются следствиями соответствующих утверждений о дисперсии и среднем квадратическом отклонении из теории вероятностей.

1. При увеличении масштаба операции в k раз, т.е. при увеличении всех значений случайного дохода в k раз, эффективность операции увеличивается в k раз, а риск — в $|k|$ раз.

2. При изменении всех доходов на одно и то же постоянное число эффективность операции также изменяется на это число, а риск не изменяется.
3. Пусть операции Q_1 и Q_2 некоррелированы, тогда дисперсия их суммы равна сумме дисперсии, поэтому риск суммарной операции равен

$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}.$$

4. В общем случае, т.е. для двух произвольных операций Q_1 и Q_2 , риск суммарной операции равен

$$\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2k_{12}},$$

где k_{12} — коэффициент корреляции случайных доходов операций; заметим, что $|k_{12}| < 1$; из этой формулы вытекает, что риск суммарной операции может быть как больше величины $r_1 + r_2$ (если $k_{12} > 0$ — при так называемой положительной корреляции доходов операций), так и меньше этой величины (если $k_{12} < 0$ — при отрицательной корреляции доходов операций).

Пример. Пусть в предыдущем примере операции Q_1 и Q_2 некоррелированы, найдем риск операции $Q = 0,5 Q_1 + 0,5 Q_2$. Риски обеих операций уже найдены: $r_1 = 2,98$; $r_2 = 5$.

Значит,

$$r_Q = \sqrt{2,98^2 + 5^2} / 2 \approx (\sqrt{8,91 + 25}) / 2 \approx 5,82 / 2 = 2,91.$$

Вероятностные риски

Пусть известна функция распределения F случайного дохода операции Q .

Риск получения дохода менее заданного значения s равен вероятности того, что доход операции будет менее s :

$$r = F(s).$$

Риск неуспешности операции равен вероятности того, что доход операции будет меньше среднего ожидаемого дохода m :

$$r = F(m), \text{ где } m = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x)$$

Риск убытков равен вероятности того, что доход будет меньше 0:

$$r = F(0).$$

Средний ожидаемый размер убытков в таком случае равен

$$m = \frac{\int_{-\infty}^0 x dF(x)}{F(0)}$$

Риск разорения. Этот риск порождается такими большими потерями, которые ЛПР не может компенсировать. Вероятность осуществления подобного события определяет меру риска разорения.

Пример. Пусть случайный доход операции Q имеет следующий ряд распределения:

Q :	-50	-40	-35	100
	0,1	0,2	0,5	0,2

Предположим, что потери величиной 35 или более ведут к разорению ЛПР. Тогда риск разорения в результате данной операции равен 0,8.

Риск актива — это вероятность его пропажи либо возврата не в полном объеме. В частном случае кредита говорят о кредитном риске.

Кредитный риск — это вероятность невозврата в срок взятого кредита.

Пример. Статистика запросов кредитов в банке такова: 10% — государственные органы, 30% — другие банки и остальные — физические лица. Вероятности невозврата взятого кредита соответственно таковы: 0,01; 0,05 и 0,2. Найти вероятность невозврата очередного запроса на кредит и вероятность невозврата кредита со стороны других банков.

Решение. Вероятность невозврата найдем по формуле полной вероятности. Пусть H_1 — запрос, поступивший от госоргана, H_2 — от банка, H_3 — от физического лица и A — невозврат рассматриваемого кредита. Тогда

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}A + P(H_2)P_{H_2}A + P(H_3)P_{H_3}A = 0,1 \cdot 0,01 + 0,3 \cdot 0,05 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,136.$$

Вторую вероятность найдем по формуле Байеса. Имеем

$$P_{AH_2} = P(H_2)P_{H_2}A / P(A) = 0,015 / 0,136 = 15 / 136 \approx 1 / 9.$$

Риск обязательств определяется вероятностью их непогашения или погашения не в полном объеме.

Депозитный риск. Так называется вероятность досрочного отзыва депозитов. В общем случае депозитный риск зависит от длины анализируемого периода, динамики изъятия вкладов и многих других обстоятельств.

Относительный риск операции

При анализе операций ЛПР желает иметь доход побольше, а риск поменьше. Такие оптимизационные задачи называют двухкритериальными. При их анализе два критерия — доход и риск — часто свертывают в один критерий. Рассмотрим задачу максимизации среднего ожидаемого дохода при одновременной минимизации риска:

$$\begin{aligned} m_Q &\rightarrow \max, \\ \sigma_Q &\rightarrow \min, \end{aligned}$$

где σ_Q — среднее квадратическое отклонение, которое измеряет риск операции, m_Q — величина среднего ожидаемого дохода. Свертка двух критериев приводит к понятию относительного риска операции

$$\sigma_Q / m_Q$$

Показатели риска в виде отношений

Подобные характеристики применяют в связи с влиянием, которое оказывает на риск один из показателей A в зависимости от соотношения его величины с числовым значением другого показателя B . Чтобы снизить риск, коэффициент, равный отношению этих показателей, ограничивают некоторым приемлемым пороговым значением.

Например, при превышении убытков Y над величиной собственного капитала C возникает реальный риск разорения. Для предотвращения этого отношение $K_1 = Y/C$, называемое *коэффициентом риска*, ограничивают специальным числом ξ_1 . Операции, для которых $K_1 > \xi_1$, считают особо рискованными. Часто учитывают также вероятность p убытков Y и тогда рассматривают коэффициент риска $K_2 = pY/C$, который ограничивают другим числом ξ_2 (ясно, что $\xi_2 \leq \xi_1$). В финансовом менеджменте чаще применяют обратные отношения C/Y и $C/(pY)$, которые называют *коэффициентами покрытия рисков* и которые ограничиваются снизу числами $1/\xi_1$ и $1/\xi_2$. Именно такой смысл имеет так называемый коэффициент Кука, равный отношению:

$$\frac{\text{Собственные средства}}{\text{Активы, взвешенные с учетом риска}}$$

Коэффициент Кука используется банками и другими финансовыми компаниями. В роли весов при «взвешивании» выступают вероятности — риски потери соответствующего актива.

4. Общие методы уменьшения рисков

Диверсификация

В основе метода диверсификации лежит утверждение, являющееся следствием того, что дисперсия суммы некоррелированных случайных величин равна сумме дисперсий.

Теорема. Пусть $O_1, \dots, O_n$ — некоррелированные операции с эффективностями $e_1, \dots, e_n$ и рисками $r_1, \dots, r_n$. Тогда операция «среднее арифметическое» $O = (O_1 + \dots + O_n)/n$ имеет эффективность $e = (e_1 + \dots + e_n)/n$ и риск

$$r = \sqrt{(r_1^2 + \dots + r_n^2) / n}.$$

Следствие. Пусть операции некоррелированы и $a \leq e_i$ и $b \leq r_i \leq c$ для всех $i = 1, \dots, n$. Тогда эффективность операции «среднее арифметическое» не меньше a (т.е. наименьшей из эффективностей операций), а риск удовлетворяет неравенству

$$b/\sqrt{n} \leq r \leq c/\sqrt{n}$$

и, таким образом, при увеличении n уменьшается.

Итак, при увеличении числа некоррелированных операций их среднее арифметическое имеет эффективность из промежутка эффективностей этих операций, а риск однозначно уменьшается.

Этот вывод называется *эффектом диверсификации* (разнообразия) и представляет собой важнейшее правило работы на финансовом и других рынках. Принцип диверсификации гласит, что нужно проводить разнообразные, не связанные друг с другом операции, тогда эффективность окажется усредненной, а риск однозначно уменьшится.

При применении этого правила нужно быть осторожным. Так, нельзя отказаться от некоррелированности операций.

Теорема. Предположим, что среди операций есть ведущая, с которой все остальные находятся в положительной корреляционной связи. Тогда риск операции «среднее арифметическое» не уменьшается при увеличении числа суммируемых операций.

Пример. Предположим, ЛПР имеет возможность составить операцию из четырех некоррелированных операций, эффективности и риски которых даны в таблице:

i	1	2	3	4
e_i	3	5	8	10
r_i	2	4	6	8

Рассмотрим несколько вариантов составления операций из этих операций с равными весами.

1. Операция составлена только из 1-й и 2-й операций. Тогда

$$e_{12} = (3 + 5)/2 = 4; r_{12} = \sqrt{2^2 + 4^2}/2 \approx 2,24.$$

2. Операция составлена только из 1-й, 2-й и 3-й операций. Тогда

$$e_{123} = (3 + 5 + 8)/3 = 5,3; r_{123} = \sqrt{2^2 + 4^2 + 6^2}/3 \approx 2,49.$$

3. Операция составлена из всех четырех операций. Тогда

$$e_{1-4} = (3 + 5 + 8 + 10)/4 = 6,5; r_{1-4} = \sqrt{2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2}/4 \approx 3,54.$$

Видно, что при составлении операции из все большего числа операций риск растет весьма незначительно, оставаясь близко к нижней границе рисков составляющих операций, а эффективность каждый раз равна среднему арифметическому составляющих эффективностей.

Принцип диверсификации применяется не только для усреднения операций, проводимых одновременно, но в разных местах (усреднение в пространстве), но и проводимых последовательно во времени, например, при повторении одной операции во времени (усреднение во времени).

Хеджирование

В эффекте диверсификации ЛПР составляло новую операцию из нескольких, имеющихся в его распоряжении. При хеджировании (от англ. hedge — изгородь) ЛПР подбирает или даже специально конструирует новые операции, чтобы, проводя их совместно с основной, уменьшить риск.

При диверсификации наибольшую ценность представляли независимые (или некоррелированные) операции. При хеджировании подбираются операции, жестко связанные с основной, но, так сказать, другого знака, говоря более точно, отрицательно коррелированные с основной операцией.

Действительно, пусть O_1 — основная операция, ее риск r_1 , O_2 — некоторая дополнительная операция, ее риск r_2 , O — операция-сумма, тогда дисперсия этой операции

$$D = r_1^2 + 2k_{12}r_1r_2 + r_2^2,$$

где k — коэффициент корреляции эффективностей основной и дополнительной операций. Эта дисперсия может быть меньше дисперсии основной операции, только если этот коэффициент корреляции отрицателен. Точнее, должно быть

$$2k_{12}r_1r_2 + r_2^2 < 0, \text{ т.е. } k_{12} < -r_2/(2r_1)$$

Пример. Пусть ЛПР решает проводить операцию O_1 . Ему советуют провести одновременно операцию S , жестко связанную с O_1 . В сущности обе операции надо изобразить с одним и тем же множеством исходов.

O_1 :	-10	20
	0,5	0,5
S :	5	-5
	0,5	0,5
O :	-10	20
	5	-5
	-5	15
	0,5	0,5

Обозначим суммарную операцию через O , эта операция есть сумма операций O_1 и S . Вычислим характеристики операций:

$$M[O_1] = 5, D[O_1] = 225, r_1 = 15; M[S] = 0, D[S] = 25; M[O] = 5, D[O] = 100, r = 10.$$

Средняя ожидаемая эффективность операции осталась неизменной, а риск уменьшился из-за сильной отрицательной коррелированности дополнительной операции S по отношению к основной операции.

Конечно, на практике не так легко подобрать дополнительную операцию, отрицательно коррелированную с основной, да еще с нулевой эффективностью. Обычно допускается небольшая отрицательная эффективность дополнительной операции и из-за этого эффективность суммарной операции становится меньше, чем у основной.

Страхование

Можно рассматривать страхование как один из видов хеджирования. Вот некоторые термины.

Страхователь (или застрахованный) — тот, кто страхуется.

Страховщик — тот, кто страхует.

Страховая сумма — сумма денежных средств, на которую застраховано имущество, жизнь, здоровье страхователя. Эта сумма выплачивается страховщиком страхователю при наступлении страхового случая. Выплата страховой суммы называется *страховым возмещением*.

Страховой платеж выплачивается страхователем страховщику. Обозначим страховую сумму w , страховой платеж s , вероятность страхового случая p . Предположим, что застрахованное имущество оценивается в z . По правилам страхования $w \leq z$.

Таким образом, имеется следующая схема:

Операции	$1-p$	p	Вероятности
Страхования нет	0	$-z$	
Операция страхования	$-s$	$w - s$	
Итоговая операция (страхование есть)	$-s$	$w - s - z$	

Найдем характеристики операции без страхования и итоговой операции. Из теории страхования известно, что при нулевой рентабельности страховщика можно считать, что $s = pw$. Получаем:

Характеристики операций	
Страхования нет	$M_1 = -pz, D_1 = p(1-p)z^2, \eta_1 = z\sqrt{p(1-p)}$
Операция страхования	$M = -s(1-p) + p(w-s-z) = p(w-z) - s = -pz,$
Итоговая операция	$D = S^2(1-p) + (w-s-z)^2 p - (pz)^2.$

Предположим далее, что $w = z$, т.е. страховое возмещение равно оценке застрахованного имущества, тогда $D = 0$.

Таким образом, страхование представляется выгоднейшим мероприятием с точки зрения уменьшения риска, если бы не страховой платеж. Иногда страховой платеж составляет заметную часть страховой суммы и представляет собой солидную сумму.

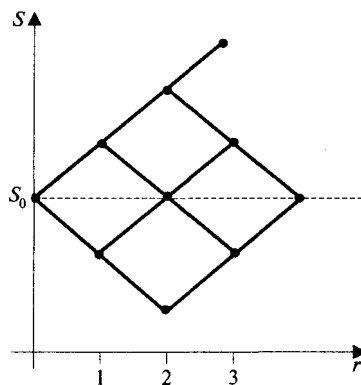
5. Модели ценообразования активов

Простейшая биномиальная модель

В этой модели S — цена актива без каких-либо специальных ограничений типа цены облигации с погашением (в момент погашения цена равна номиналу облигации), например, это цена акции. Пусть единица временного промежутка есть день. Тогда цена актива к концу n -го дня будет

$$S_n = S_0 + x_1 + \dots + x_n$$

где S_0 — цена в начале наблюдения, x_i — независимые и одинаково распределенные случайные величины, принимающие значения $-1, +1$ с вероятностью $1/2$. Поведение возможной цены актива изобразим на рис.



На рисунке изображено так называемое биномиальное дерево. Поведение цены можно представить как случайное движение по этому дереву слева направо. Найдем математическое ожидание и дисперсию случайной величины S_n . Имеем

$$M[S_n] = M[S_0] + \sum_{i=1}^n M[x_i] = S_0,$$

так как математическое ожидание каждой с.в. x_i равно 0. Далее в силу независимости с.в. x_i дисперсия их суммы равна сумме их дисперсий. Но дисперсия каждой с.в. x_i равна 1, следовательно, $D[S_n] = n$. Обозначим $X_n = x_1 + \dots + x_n$. Найдем ряд распределения X_n . Вероятность того, что из n с.в. x_i k приняли значение +1, а остальные $(n - k)$ приняли значение -1, равна

$$P(X_n = 2k - n) = C_n^k (1/2)^n.$$

Ряды распределения X_1, X_2, X_3 показаны ниже.

$$X_1: \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & -1 \\ \hline 1/2 & 1/2 \\ \hline \end{array} \quad X_2: \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 0 & -2 \\ \hline 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ \hline \end{array} \quad X_3: \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 1 & -1 & -3 \\ \hline 1/8 & 3/8 & 3/8 & 1/8 \\ \hline \end{array}$$

При $n > 10$ уже можно воспользоваться центральной предельной теоремой, гласящей, что сумма большого числа независимых и одинаково распределенных слагаемых приближенно распределена по нормальному закону. Тогда

$$X_n \in N(0, \sqrt{n}) \text{ и } P(\alpha < S_n - S_0 < \beta) \approx \Phi(\beta/\sqrt{n}) - \Phi(\alpha/\sqrt{n}),$$

где Φ — функция Лапласа. Отсюда следует, что при $n > 10$

$$n > 10 \quad P(|S_n - S_0| < 3\sqrt{n}) = 0,9973.$$

В частности, при $n = 16$

$$P(|S_n - S_0| < 12) = 0,9973,$$

т.е. за 16 дней цена изменится не более чем на 12 единиц (предполагается, что S_0 значительно превосходит 12).

В этой самой простой биномиальной модели цены не могут расти систематически, как, например, растет цена бескупонной облигации при приближении момента ее гашения. Ясно также, что математическое ожидание доходности актива равно 0. Все эти соображения делают данную модель пригодной лишь для некоторых поясняющих иллюстративных расчетов.

Биномиальная модель Кокса—Росса—Рубинштейна

В этой модели есть два вида активов: банковский счет величиной B с постоянной процентной ставкой r , такой, что его величина к концу n -го временного промежутка

$$B_n = (1 + r) B_{n-1} = (1 + r)^n B_0,$$

и актив ценой S со случайной ставкой наращения f_i , причем все ставки f_i — независимые и одинаково распределенные с.в., принимающие два значения — a, b , причем $a < b$ с вероятностью 1/2, т.е. процентная ставка — плавающая. Следовательно, цена актива в момент n равна

$$S_0 \cdot \prod_{i=1}^n (1 + f_i).$$

В частном случае, когда

$$b = \lambda - 1, \quad a = 1/\lambda - 1, \quad \text{где } \lambda > 1,$$

имеем

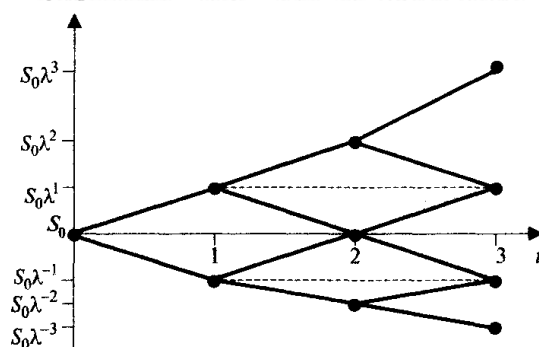
$$S_n = \begin{cases} \lambda S_{n-1}, & \text{если } f_n = b; \\ \lambda^{-1} S_{n-1}, & \text{если } f_n = a. \end{cases}$$

Если ввести случайную переменную $\varepsilon_n = \pm 1$ с вероятностью 1/2, то

$$S_n = S_0 \lambda^{\varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_n}.$$

Очевидно, что в данном случае цена актива S «блуждает» по множеству

$$\{S_0 \lambda^k: k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$



Математическое ожидание доходности актива равно $(a + b)/2$, так что должно быть $(a + b)/2 > r$. Докажем, что цена актива растет в среднем по этой ставке. Найдем математическое ожидание цены в n -й момент времени:

$$S_n = S_0 \cdot \prod_{i=1}^n (1 + f_i).$$

Так как св. $(1 + f_i)$, $i = 1, \dots, n$, независимы, то математическое ожидание их произведения равно произведению их математических ожиданий, значит,

$$M[S_n] = S_0 \cdot \prod_{i=1}^n M(1 + f_i) = S_0 \cdot [1 + (a + b)/2]^n.$$

Аналог этой формулы верен, даже если ставки f_i являются не постоянными, а меняются с изменением номера n .

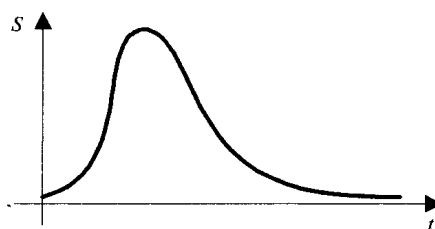
Экспоненциальная биномиальная модель

В ходе исследований поведения цен было выяснено, что «случайно блуждают» не сами цены, а их логарифмы, т.е.

$$S_n = S_0 e^{H_n}, \text{ где } H_n = h_1 + \dots + h_n$$

и эти с.в. h_i независимы и «примерно одинаковы».

Отсюда можно заключить по центральной предельной теореме, что величины H_n при $n > 10$ распределены приблизительно по нормальному закону. Параметры этого закона: математическое ожидание и дисперсия вполне определяются математическими ожиданиями с.в. h_i и их дисперсиями. Заменим дискретное время непрерывным. Тогда, в частности, получится, что для любого момента t и любого $T > 0$ натуральный логарифм отношения цен $S(t + T) / S(t)$ распределен по нормальному закону. Когда натуральный логарифм случайной величины распределен по нормальному закону, то распределение самой с.в. называется логнормальным. Примерный график плотности логнормального распределения показан на рис.



Если $\ln Y$ распределен нормально с параметрами a, σ , то

$$M[Y] = e^{a + \sigma^2/2} \text{ и } D[Y] = e^{2a + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1).$$

Итак, в общей биномиальной модели отношение цен через любой временной промежуток распределено логнормально. Заметим, что $S(t + T) / S(t)$ — в сущности средняя доходность на промежутке времени, понимаемая как коэффициент или множитель наращения. Следовательно, средняя доходность на любом временном промежутке распределена логнормально.

6. Временная структура процентных ставок

Важным предметом исследования в рамках финансовой математики является анализ соотношения между доходностями ценных бумаг (или любых других срочных финансовых инструментов) с различными сроками до погашения, т. е. анализ *временной структуры процентных ставок*.

В один и тот же момент на рынке обращаются облигации, до погашения которых остается различное время. Под *облигацией* здесь мы понимаем любое долговое обязательство, оформленное в виде рыночной ценной бумаги, платежи по которому определены в номинальных или реальных величинах. Облигации делятся на дисконтные и купонные.

Дисконтная облигация — ценная бумага, доход по которой определяется за счет разницы (дисконта) между ценой покупки облигации и ее номиналом, уплачиваемым при погашении.

Купонная облигация — ценная бумага, доход по которой складывается как сумма купонных выплат за период обращения облигации и, возможно, дисконта (положительного или отрицательного) между ценой покупки облигации и ее номиналом, уплачиваемым при погашении.

Сначала рассмотрим дисконтные облигации.

Ставки по дисконтным облигациям

В каждый момент времени t дисконтная облигация с датой погашения T (со сроком до погашения m) имеет рыночную цену $p(t, T)$, или $p(t, m)$, которая определяется в результате достижения равновесия между спросом и предложением. Если принять номинал облигации за единицу, то, очевидно, в любой момент времени $t' < T$ цена облигации $p(t', T) < 1$ и постепенно увеличивается по мере приближения даты погашения. В этом случае *доходность к погашению* равна темпу роста цены облигации до единицы к дате погашения.

Отсюда следует, что цена облигации в каждый момент времени t' , $t \leq t' \leq T$, должна определяться из условия

$$p(t', T) = p(t, T)e^{(t'-t)r(t, T)},$$

где $r(t, T)$ – доходность к погашению (ставка процента) в момент t дисконтной облигации с датой погашения T . Приравняв цену облигации в момент погашения к единице, т.е. $p(t' = T, T) = 1$, мы получаем:

$$r(t, T) = \frac{-\ln[p(t, T)]}{T - t}.$$

В данной форме записи доходность к погашению называется еще *спот-ставкой* по облигации, либо *доходностью к погашению в непрерывном исчислении, мгновенной ставкой процента*.

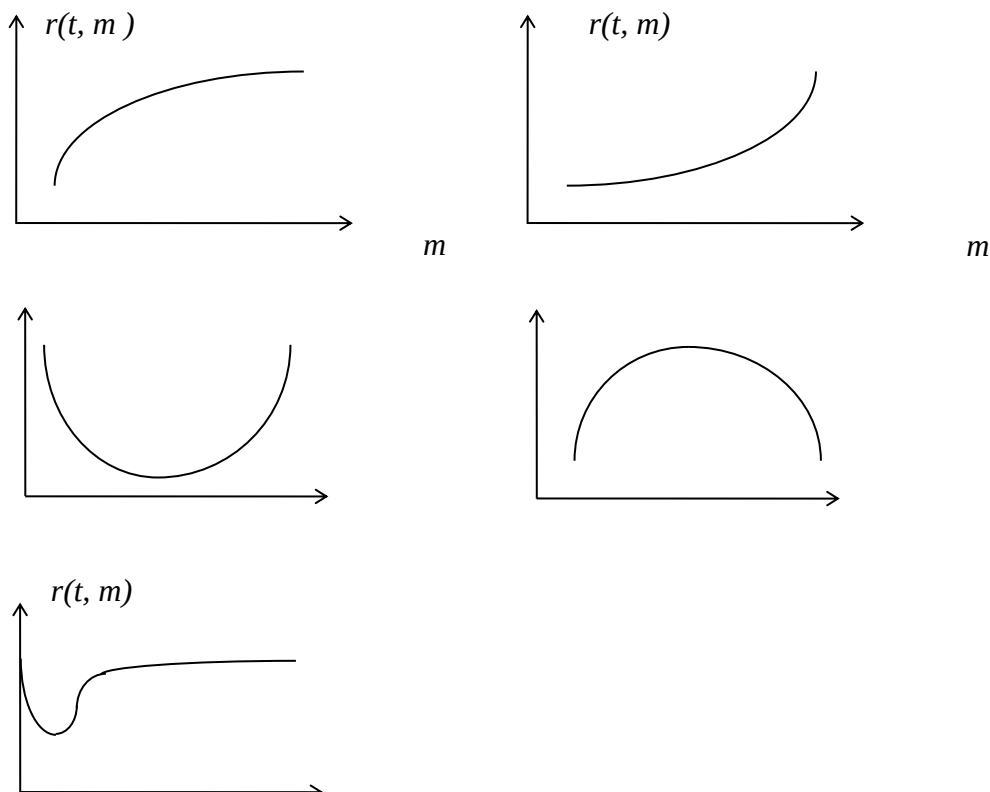
В каждый момент времени на рынке наблюдается множество спот-ставок по облигациям с различными датами погашения (сроками до погашения). *Временной структурой процентных ставок* называется функция, связывающая доходность к погашению каждой из облигаций с ее сроком до погашения, т.е. $r(t, m) = F(t, m)$, или

$$F(t, m) = \frac{-\ln[p(t, m)]}{m}.$$

Таким образом, временная структура доходности облигаций в каждый момент времени задается множеством цен облигаций с различными сроками до погашения. Если срок до погашения облигации относительно мал, то спот-ставка по такой облигации называется *краткосрочной ставкой*, если срок – большой, то – *долгосрочной ставкой*.

Кривая доходности – график, отображающий соотношение между доходностью облигаций с различными сроками до погашения и сроком до погашения.

Различные формы кривой доходности



Наиболее характерны первые две кривые. Построив кривую доходности, аналитик получает картину распределения процентных ставок во времени. Кривая доходности используется для определения возможности совершения арбитражной операции. (*Арбитражная операция* состоит в извлечении прибыли за счет одновременной купли-продажи одной и той же бумаги на разных рынках, если на них наблюдаются разные цены.)

Форвардная ставка по облигациям

Процентный спрэд по облигациям – разность между доходностью облигации со сроком до погашения m и доходностью облигации, погашаемой в момент $t + 1$, т. е. $s(m, t) = r(t, m) - r(t, 1)$.

Форвардная ставка – неявная ставка, определяемая на основе наблюдаемой временной структуры процентных ставок. Форвардная ставка на будущий период $n = T - t'$ равна ставке, вычисляемой в момент t на основе спот-ставок по облигациям со сроками до погашения t' и T , и рассчитывается по следующей формуле (для дисконтных облигаций):

$$f(t, t', T) = \frac{(T - t)r(t, T) - (t' - t)r(t, t')}{T - t'}.$$

Предел $f(t, t', T)$ при t' стремящемся к T обозначается $f(t, T)$ и называется *мгновенной форвардной ставкой*:

$$f(t, T) = r(t, T) + (T - t) \frac{\partial r(t, T)}{\partial T},$$

или

$$f(t, m) = r(t, m) + m \frac{\partial r(t, m)}{\partial m}.$$

Решив дифференциальное уравнение, мы находим, что форвардная ставка $f(t, t', T)$ равна среднему мгновенных форвардных ставок за период $[t', T]$:

$$f(t, t', T) = \frac{1}{T - t'} \int_{t'}^T f(t, s) ds.$$

С другой стороны форвардная ставка может быть определена как

$$f(t, t + m - 1, T) = \ln \left[\frac{p(t, m - 1)}{p(t, m)} \right].$$

Это эквивалентно

$$r(t, m) = \frac{\sum_{m=0}^{T-1} f(t, t + m + 1, T)}{m}.$$

Таким образом, спот-ставка равна среднему форвардных ставок за период до погашения облигации.

Ставка за период владения облигацией – доходность от продажи облигации, купленной ранее. Для дисконтной облигации эта доходность равна доходности от продажи облигации в момент t' по цене $p(t', T)$, если она была куплена ранее в момент t по цене $p(t, T)$.

$$h(t, t', T) = \frac{(T - t)r(t, T) - (T - t')r(t', T)}{t' - t}.$$

Мгновенная ставка за период владения облигацией равна $H(t, T) = \frac{\partial p(t, T)}{p(t, T)}$.

Для нахождения соотношения между ставкой за период владения облигацией и спот-ставкой выразим ставку за период владения облигацией через цены облигации в моменты покупки, t , и продажи, $t' = t + 1$:

$$h(t, t', T) = \frac{p(t', T)}{p(t, T)} = \frac{\exp[(T - t)r(t, T)]}{\exp[(T - t')r(t', T)]}.$$

Таким образом, ставка за период владения облигацией тем выше, чем выше облигация имела доходность в момент покупки, и чем ниже – при продаже.

Прологарифмировав это уравнение и подставив $t = t' - 1$, мы получаем, что ставка за период владения облигацией определяется спот-ставкой в момент покупки облигации и изменением спот-ставки за период владения:

$$h(t, t', T) = r(t, T) - (T - t')[r(t', T) - r(t, T)].$$

Если в этом уравнении спот-ставки выразить через цены облигаций, то, суммируя по всему сроку до погашения, мы получим:

$$p(t, T) = \sum_{t=0}^{T-1} h(t, t+1, T)$$

или

$$r(t, T) = \frac{\sum_{t=0}^{T-1} h(t, t+1, T)}{T - t}.$$

Последнее уравнение показывает, что доходность к погашению дисконтной облигации равна средней за время до погашения ставке за период владения облигацией.

Форвардная премия за срок, премия за ликвидность – это разность между форвардной ставкой и условным ожиданием соответствующей будущей ставки:

$$\Phi_f(t, t', T) = f(t, t', T) - E_t r(t', T), t < t' < T,$$

где E_t – оператор математического ожидания.

Премия за срок владения облигацией для периода $t < t' < T$ определяется как разность между условным ожиданием доходности за период владения облигацией и соответствующей спот-ставкой:

$$\Phi_h(t, t', T) = E_t h(t, t', T) - r(t, t'), t < t' < T.$$

Ставки по купонным облигациям

Любую купонную облигацию можно представить как совокупность облигаций с нулевым купоном, номинал которых равен купону и нарицательной стоимости облигации (для последнего платежа) и выпущенных на сроки, соответствующие срокам погашения купонов и облигации. Доходность купонной облигации и облигаций с нулевым купоном должна быть одинакова, в противном случае возникнет возможность совершить арбитражную операцию. Например, если доходность облигаций с нулевым купоном ниже, чем купонной облигации, то инвестор купит купонную облигацию и продаст пакет облигаций с нулевым купоном, платежи по которым будут соответствовать по размеру и времени платежам по купонной облигации. По данной операции вкладчик получит прибыль, поскольку пакет дисконтных облигаций стоит больше, чем купонная облигация. Если купонная облигация имеет более низкую доходность, чем соответствующая ей дисконтная облигация, то инвестор купит облигации с нулевым купоном таким образом и на такие суммы, чтобы их погашение соответствовало погашению купонов и номинала для купонных облигаций, и продаст созданную им искусственным образом купонную облигацию. Поскольку в этом случае купонная облигация стоит дороже приобретенного вкладчиком пакета облигаций с нулевым купоном, то он получит прибыль.

Анализируя купонные облигации, имеет смысл рассматривать дискретные промежутки времени (периоды). Располагая данными о ставках спот за n периодов начисления процента и цене купонной облигации за период $n + 1$, можно рассчитать теоретическую ставку спот для периода $n + 1$.

Уравнение имеет вид:

$$\frac{C}{(1+r_1)} + \frac{C}{(1+r_2)^2} + \dots + \frac{C}{(1+r_{n-1})^{n-1}} + \frac{C+N}{(1+r_n)^n} = P$$

где: C — купон облигации, до погашения которой осталось n периодов; P — цена купонной облигации; N — номинал купонной облигации; $r_1, r_2, \dots, r_{n-1}$ — известные ставки спот для соответствующих периодов; r_n — ставка спот, величину которой требуется рассчитать.

Уравнение определения форвардной ставки для периода $n - (n - 1)$:

$$r_{\phi} = \frac{(1+r_n)^n}{(1+r_{n-1})^{n-1}} - 1$$

где: r_{ϕ} — форвардная ставка для периода; r_n — ставка спот для периода n ; r_{n-1} — ставка спот для периода $n-1$.

Пример 1. Ставка спот на один год составляет 10%, на два — 11%; купонная облигация, до погашения которой остается три года, продается по цене 916 руб.; номинал облигации — 1000 руб.; купон 8% и выплачивается один раз в год. Необходимо определить теоретическую ставку спот для трех лет.

Как было сказано, доходность купонной облигации и пакета дисконтных облигаций должны быть равны, чтобы исключить возможность арбитражных операций. Поэтому должно выполняться следующее равенство

$$\frac{80}{1+0,1} + \frac{80}{(1+0,11)^2} + \frac{1080}{(1+r)^3} = 916$$

где: r — теоретическая ставка спот для трех лет. Решая уравнение, получаем, что $r = 11,5\%$.

Пример 2. Рассмотрим арбитражные возможности. Допустим, что в примере 1 фактическая трехлетняя ставка спот на рынке равна 11%. Тогда инвестор может купить купонную облигацию за 916 руб. и выпустить три дисконтных облигации (или векселя) с номиналами 80 руб., 80 руб., и 1080 руб., и сроками погашения соответственно через один, два и три года. Пакет дисконтных облигаций стоит 927,35 руб. Поэтому прибыль вкладчика с одной облигации равна: $927,35 - 916 = 11,35$ руб.

Если фактическая трехлетняя ставка спот больше рассчитанной, например, 13%, то инвестор купит дисконтные облигации с номиналами 80 руб., 80 руб., и 1080 руб. и сроками погашения соответственно через один, два и три года за 886,15 руб., эмитирует на ее основе купонную облигацию (или пакет процентных векселей) и продаст ее за 916 руб. Его доход составит: $916 - 886,15 = 29,85$ руб.

Пример 3. Ставка спот на один год составляет 10%, на два — 11%. Определить форвардную ставку для второго года, т. е. ставку спот, которая будет на рынке через год для облигации с нулевым купоном, выпущенной на год.

Допустим, вкладчик покупает облигацию с нулевым купоном, эмитированную на два года с номиналом 1000 руб. Тогда он платит за нее: $1000(1,11)^2 = 811,62$ руб.

Инвестор может выбрать иную стратегию, а именно, купить годовую облигацию и после ее погашения реинвестировать средства еще на год. Ему безразлично, какую стратегию выбрать, если во втором случае он также получит через два года 1000 руб., инвестировав сегодня 811,62 руб. Чтобы ответить на вопрос, под какой процент ему следует реинвестировать средства на второй год, составим уравнение:

$$\frac{1000}{(1+0,11)^2} = \frac{1000}{(1+0,1)(1+r_{\phi})}$$

или

$$r_{\phi} = \frac{(1,11)^2}{1,1} - 1 = 0,1201 \text{ или } 12,01\%$$

7. Гипотезы кривой доходности ценных бумаг

Существует несколько гипотез, объясняющих форму кривой временной структуры процентных ставок, а именно: гипотеза чистых ожиданий (и ее разновидности – гипотеза рациональных ожиданий), гипотеза предпочтения ликвидности, гипотеза сегментации рынка и еще ряд других. Мы рассмотрим подробно первую гипотезу.

Гипотеза ожиданий, в общем виде, предполагает, что долгосрочные процентные ставки отражают ожидания краткосрочных ставок.

Чистая гипотеза ожиданий утверждает, что долгосрочные процентные ставки равны среднему от ожидаемых краткосрочных процентных ставок. В первоначальном виде гипотеза ожиданий предполагала совершенное предвидение и нейтральность инвесторов по отношению к риску. Это утверждение равносильно нескольким эквивалентным определениям.

1) Ожидаемая доходность от владения облигациями с любыми сроками до погашения за период времени n будет одинаковой и равна спот-ставке по облигации с сроком до погашения n :

$$\begin{aligned} E_t h(t, t+n, m) - r(t, n) &= 0 \\ \forall m, n \leq m \end{aligned},$$

или

$$\Phi_h(t, t+n, m) = 0.$$

2) Спот-ставка по облигации, погашаемой через n периодов, равна ожидаемой ставке за период владения облигацией с большим сроком до погашения:

$$\begin{aligned} r(t, n) &= E_t h(t, t+n, m) \\ n &< m \end{aligned}.$$

3) Доходность долгосрочной облигации равна среднему ожидаемых доходностей краткосрочных облигаций за весь срок до погашения:

$$r(t, T) = \frac{\sum_{t=0}^{T-1} E_t r(t, 1)}{T - t}.$$

4) Форвардная премия за срок равна нулю для любого срока до погашения (форвардная ставка равна ожидаемой спот-ставке):

$$\begin{aligned} \Phi_f(t, t', m) &= 0, \forall m \\ f(t, t+1, T) &= E_t r(t+1, T) \end{aligned}.$$

Проиллюстрируем сказанное на примере. Допустим, инвестиционный горизонт вкладчика составляет 4 года. Доходность четырехлетней облигации равна 10%. Купив данную облигацию, вкладчик обеспечит себе доходность из расчета 10% годовых. Одновременно он имеет другие варианты:

- а) последовательно купить в течение четырех лет четыре годовые облигации;
- б) две двухгодичные облигации;
- в) одну трехгодичную и одну одногодичную облигации;
- г) одну одногодичную и одну трехгодичную облигации.

Все перечисленные стратегии должны принести инвестору одинаковую доходность. В противном случае он предпочтет более доходную менее доходной. Допустим, инвестор решил купить последовательно две двухгодичные облигации. Доходность двухлетней облигации равна 9%. Чтобы он оказался безразличен к выбору отмеченной стратегии или четырехлетней бумаги, должно выполняться равенство

$$(1,1)^4 = (1,09)^2 (1+r_\phi)^2$$

Отсюда форвардная ставка равна:

$$\sqrt{(1,1)^4 + (1,09)^2} - 1 = 0,1101 \text{ или } 11,01\%$$

Гипотеза ожиданий обладает рядом свойств, позволяющих объяснить форму наблюдаемых кривых доходности. Во-первых, они объясняют, почему доходности облигаций с различными сроками до погашения движутся однонаправленно. Если рост краткосрочных процентных ставок сегодня воспринимается как долгосрочное повышение уровня процента, то сохраняются ожидания их роста и в будущем. Ожидаемое повышение краткосрочных ставок вызывает рост долгосрочных ставок в текущем периоде. Таким образом, краткосрочные и долгосрочные ставки движутся однонаправленно.

Во-вторых, гипотезы ожиданий объясняют, почему кривая доходности имеет положительный наклон, когда краткосрочные ставки низки, и отрицательный наклон, когда краткосрочные ставки высоки. Если краткосрочные ставки низки (ниже долгосрочного среднего уровня), то экономические агенты ожидают их роста, если высоки (выше долгосрочного среднего уровня) – снижения. Таким образом долгосрочные ставки, равные среднему текущих и будущих краткосрочных ставок, оказываются выше или ниже доходности коротких облигаций.

В-третьих, данные гипотезы объясняют большую волатильность краткосрочных ставок по сравнению с долгосрочными. Поскольку процентные ставки демонстрируют свойство возвращаться к среднему, то среднее краткосрочных ставок должно иметь меньшую волатильность, чем сами спот-ставки.

Однако гипотезы ожиданий не могут объяснить тот факт, что кривая доходности имеет преимущественно положительный наклон. В этом случае, согласно гипотезе, краткосрочные процентные ставки чаще находятся ниже долгосрочного среднего уровня. В связи с этим в последние десятилетия появились другие гипотезы, объясняющие вид кривой доходности.

* * * * *

8. Участники фондового рынка

Фондовый рынок, или *рынок ценных бумаг* (РЦБ) — это рынок, на котором в качестве товаров выступают ценные бумаги.

Всех участников РЦБ можно разделить на две группы. В первую группу входят профессиональные участники РЦБ, представленные главным образом организациями, которые оказывают посреднические и консультационные услуги на РЦБ, а также выступают в роли активных игроков на фондовом рынке. Ко второй группе можно отнести участников, выходящих на фондовый рынок в целях временного размещения свободных финансовых ресурсов. В их число входят как юридические, так и физические лица.

К профессиональным участникам РЦБ относятся: брокер, дилер, инвестиционный фонд, паевой фонд, депозитарий, регистратор, номинальный держатель, трансфер-агент, клиринговая организация, фондовая биржа и др.

Главное действующее лицо на рынке — посредник, именуемый на фондовом рынке брокером. *Брокер* — это лицо (компания или физическое лицо), действующее за счет клиента на основе договоров поручения или комиссии. За оказанные услуги брокер получает комиссионные. Брокер обязан отдавать предпочтение поручениям клиента по сравнению со своими собственными сделками.

Дилер — это лицо, совершающее сделки с ценными бумагами от своего имени и за свой счет на основе публичного объявления их котировок.. В качестве дилера может выступать только юридическое лицо. Дилер извлекает прибыль за счет двух источников. Во-первых, он постоянно объявляет котировки, по которым готов купить и продать ценные бумаги. Например, он объявляет котировку акций компании А как 950 руб. и 1000 руб. Это означает, что дилер готов продать акции данной компании за 1000 руб. или купить их за 950 руб. Цену, по которой дилер готов продать бумагу, называют ценой продавца. Цену, по которой дилер готов купить бумагу, называют ценой покупателя. Разницу между ценой продавца и ценой покупателя называют *спрэдом* или *маржой*. Дилер получает прибыль за счет спрэда. Во-вторых, дилер зарабатывает за счет возможного прироста курсовой стоимости приобретенных им бумаг.

Инвестиционный фонд — это акционерное общество, инвестирующее средства, полученные от продажи своих акций, в другие ценные бумаги или размещающее их на депозитах в банках. Инвестиционный фонд позволяет снижать для акционеров риск за счет диверсификации своих инвестиций. Разновидностью инвестиционного фонда является *паевой инвестиционный фонд*, задача которого сводится к аккумулированию средств вкладчиков и размещению их в другие финансовые активы. В отличие от инвестиционного фонда *паевой фонд* не является самостоятельным юридическим лицом.

Фондовая биржа — это организованный рынок ценных бумаг. Это означает, что существует определенное место, время и правила торговли ценными бумагами. Классическая фондовая биржа представляет собой здание с операционным залом, где заключаются сделки с ценными бумагами. Биржа — это только место, где заключаются сделки с ценными бумагами. Поэтому физически сами ценные бумаги на бирже не присутствуют. После заключения сделки на бирже покупатель и продавец осуществляют между собой взаиморасчеты в соответствии с правилами биржи. Прогресс компьютерных и информационных технологий привел к появлению электронных бирж. Электронная биржа — это компьютерная сеть, к которой подключены терминалы компаний-членов биржи.

С точки зрения способа получения прибыли, активных участников фондового рынка можно разделить на спекулянтов и арбитражеров. *Спекулянт* — это лицо, стремящееся получить прибыль за счет разницы в курсовой стоимости ценных бумаг, которая может возникнуть во времени. Его действия сопряжены с риском. Если спекулянт прогнозирует рост цены бумаги, то он будет играть на повышение, т. е. купит бумагу в надежде продать позже по более высокой цене. Таких спекулянтов часто называют

быками. Если спекулянт прогнозирует падение цены бумаги, он играет на понижение, т. е. займет бумагу и продаст ее в надежде выкупить в последующем по более низкой цене. Таких спекулянтов именуют *медведями*. Спекулянт обычно осуществляет краткосрочные операции. Когда он начинает операцию, то говорят: он открывает позицию, когда завершает — закрывает позицию. Если спекулянт покупает бумаги, он открывает длинную позицию, если продает — открывает короткую позицию. Спекулянт, открывающий позицию на очень короткое время, называется *скальпером*. Скальперы открывают позиции от нескольких секунд до нескольких минут. Их риск и, соответственно, прибыль обычно невелики.

Арбитражер получает прибыль за счет одновременной купли-продажи одной и той же бумаги на разных рынках, если ее цена на них неодинакова. Арбитражная операция в ее чистом виде исключает риск.

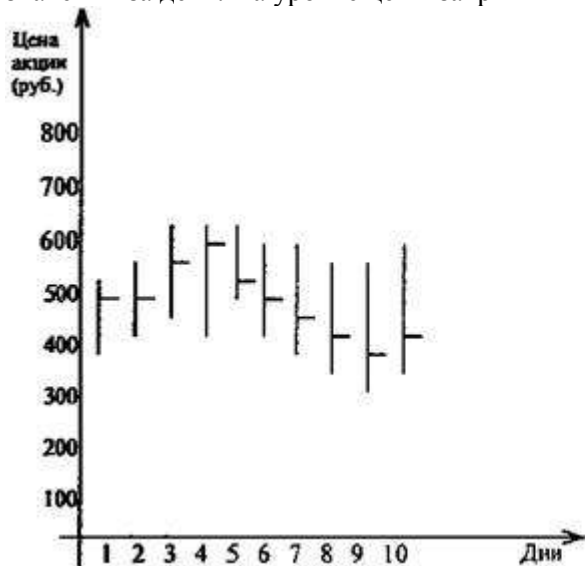
9. Технический анализ

Одним из подходов к принятию решений на фондовом рынке является технический анализ, возникший еще в 19 веке. В тот период инвесторам практически была недоступна информация о результатах развития отраслей промышленности, отчеты о финансовом состоянии предприятий. Поэтому объектом изучения, на основе которого можно было строить прогнозы, являлось положение на самом рынке. *Технический анализ* — это изучение состояния фондового рынка. В его основе лежит теоретическое положение о том, что все внешние силы, влияющие на рынок, в конечном итоге проявляются в двух показателях — объемах торговли и уровне цен финансовых активов. Поэтому аналитик, занимающийся техническим анализом, не принимает во внимание воздействующие на рынок внешние силы, а изучает динамику его показателей. Другая теоретическая посылка состоит в том, что прошлые состояния рынка периодически повторяются. В связи с этим задача инвестора состоит в том, чтобы на основе изучения прошлой динамики рынка определить, какой она будет в следующий момент. Конъюнктура рынка зависит от взаимодействия спроса и предложения. Технический анализ призван определить моменты их несоответствия, чтобы ответить на вопрос, когда следует купить или продать ценную бумагу. Технический аналитик обычно пытается предсказать краткосрочные движения рынка. В процессе анализа инвестор использует графики, дающие представление о динамике цены бумаги и направлении ценового тренда.

Существуют различные виды графиков ценового тренда. Основными из них являются:

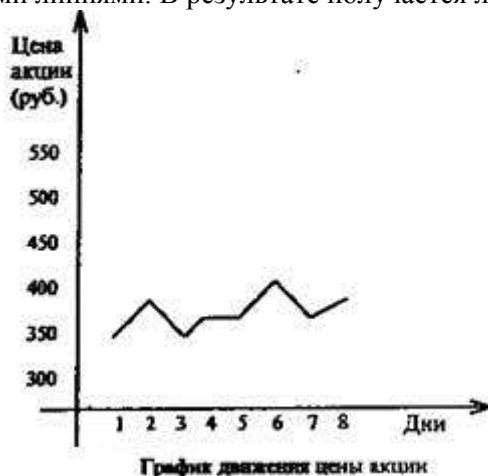
- линейный график (line charts)
- столбиковый график (bar charts)
- пункто-цифровой график (point & figure)
- японские свечи (candlestick)
- гистограмма (histogram)

Цена бумаги каждый день испытывает колебания. Наглядное представление о ее динамике дает *столбиковая диаграмма*. По оси абсцисс откладывается время (дни), по оси ординат — цена бумаги, например, акции. Каждый столбик на диаграмме показывает разброс цены акции за прошедший день. Верхняя точка столбика говорит о самом высоком значении цены, нижняя — о самом низком ее значении за день. На уровне цены закрытия к столбику проводится перпендикулярная черточка.

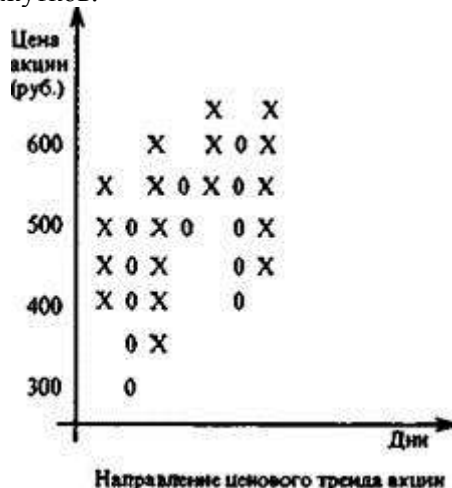


Например, в первый день самая высокая цена акции составила 500 руб., самая низкая — 400 руб., а цена закрытия — 480 руб. Подобную диаграмму можно дополнить данными об объемах торговли. В этом случае по оси абсцисс с левой стороны откладывают цену акции, с правой — объем торговли. Столбики внизу рисунка показывают объем дневной торговли.

Чтобы получить более наглядную картину движения цены акции, можно соединить ее цены, например при закрытии, прямыми линиями. В результате получается линейный график.



Представление о направлении ценового тренда дает пункто-цифровая диаграмма (на рис. ниже). По оси ординат откладывается цена. Аналитик задает для себя шаг изменения цены (фильтр), который он регистрирует, например, 20 руб. Это означает: если цена акции за день изменилась менее чем на 20 руб., то инвестор не принимает это изменение в расчет, и оно не отражается на диаграмме. При отклонении цены более чем на 20 руб. он отмечает его на рисунке. Если цена выросла более чем на 20 руб., то на диаграмме ставят знак X. При следующем росте цены (более чем на 20 руб.) в данной колонке ставят выше новый знак X. Если цена затем падает более чем на 20 руб., то это обозначают с помощью знака 0, отступив правее и начав новую колонку. При построении диаграммы удобно округлять цены акции до значения шага цены. Если цена акции сильно изменилась и насчитывает несколько интервалов шага, то их также удобно обозначить соответствующими знаками X или 0, чтобы на рисунке не было пустых промежутков.



На следующем рисунке проиллюстрированы такие понятия, как линия поддержки и линия сопротивления. Линия сопротивления — это линия, выше которой цена акции не должна подняться. Как видно из графика, цена акции несколько раз поднималась до уровня сопротивления и опускалась вниз. В техническом анализе считается, что если цена акции преодолевает линию сопротивления, то это служит сигналом для ее покупки. В таком случае ожидается дальнейший рост курсовой стоимости бумаги, поскольку она перешагнула через определенный психологический барьер инвесторов. Логически существование линии сопротивления можно обосновать следующим образом. Предположим, что за прошедший период времени цена акции поднималась до определенного уровня (линии сопротивления), но вновь опускалась вниз. Инвесторы наблюдали и запомнили такую ценовую динамику. Поэтому, когда цена вновь начнет приближаться к данному уровню, то лица, купившие акции по более низкой

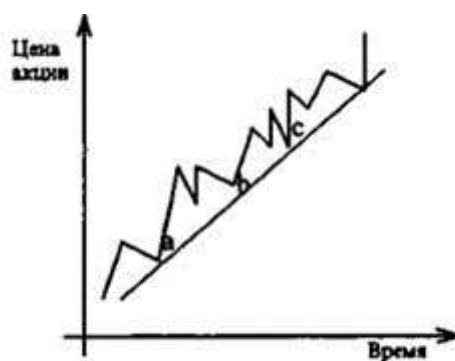
цене, станут их продавать, поскольку по их мнению, велика вероятность того, что цена акции в дальнейшем опустится, как случилось раньше.



В свою очередь, инвесторы, желающие приобрести акции, не будут спешить с покупками, так как они, на основе прежних наблюдений, полагают, что через некоторое время их цена опустится. Поэтому в такой ситуации должно оказаться больше продавцов и меньше покупателей, что и определяет линию сопротивления. Если на рынке появятся очень благоприятные известия в отношении перспектив компании, выпустившей акции, это нарушит сложившуюся логику событий, и спрос превысит предложение. Инвесторы погонятся за акциями, и линия сопротивления будет преодолена.

Линия поддержки — это линия, ниже которой цена акции не должна опуститься. Если курсовая стоимость бумаги падает ниже данного уровня, считается, что она будет падать и дальше, поскольку преодолен психологический рубеж восприятия ситуации инвесторами. Это сигнал к продаже акций. Логически линию поддержки можно обосновать следующим образом. Предположим, что за прошедший период времени цена акции опускалась несколько раз до определенного уровня (линии поддержки) и вновь поднималась. Инвесторы наблюдали и запомнили такую ценовую динамику. Поэтому когда цена вновь опускается до этого уровня, то инвесторы, которые желали приобрести акции, начинают их покупать, так как по их мнению, велика вероятность того, что цена бумаги не опустится ниже. В свою очередь, инвесторы, которые приобрели акции раньше по более высокой цене в надежде продать их еще дороже, воздержатся от продаж, так как на основе прежних наблюдений полагают, что через некоторое время цена акции вырастет. Поэтому в такой ситуации на рынке окажется больше покупателей чем продавцов, что и удержит цену акции от дальнейшего падения.

Если на рынке появятся очень неблагоприятные известия в отношении компании, выпустившей акции, то это нарушит сложившуюся логику событий, и предложение превысит спрос. Инвесторы постараются освободиться от акций и их цена упадет ниже линии поддержки. Линии поддержки или сопротивления не обязательно должны располагаться параллельно оси абсцисс. Они могут быть направлены как вверх, так и вниз в соответствии с существующим трендом. Например, так выглядит повышающийся тренд.



Линия поддержки, построенная по точкам a, b и c

Линии поддержки и сопротивления строят, соответственно, по нескольким нижним и верхним точкам перелома краткосрочных трендов. Линия поддержки построена по точкам a, b и c.

Об изменении ценового тренда говорит диаграмма, которую называют голова и плечи. Данная фигура имеет три пика, два более низких по краям (левое и правое плечи) и один более высокий — по середине (голова). По нижним точкам, расположенным между пиками плеч строится шея. Она является линией сопротивления. Если цена бумаги опускается ниже линии шеи, это сигнал о смене

тренда на противоположный. Аналогичным образом, но в обратной динамике будет представлена фигура перевернутая голова и плечи. Она говорит о смене понижающегося тренда на повышающийся.



Один из приемов технического анализа — построение графиков на основе скользящей средней. Она рассчитывается как средняя арифметическая цен акции за определенное количество дней, которое выбирает аналитик. Данная техника называется скользящая средняя, так как при определении ее значения на следующий день из расчета исключается самая старая цена акции и включается последняя. Такой прием позволяет получить более сглаженный тренд и отчасти абстрагироваться от ежедневных колебаний цены акции. Сглаженность тренда зависит от количества дней, которые принимаются в качестве базы для расчета. Сопоставление графиков, построенных на основе скользящей средней и ежедневных значений цены, позволяет аналитикам делать прогнозы относительно моментов перелома тренда.

Помимо изучения графиков цен акций технический аналитик обращает внимание и на объем торговли. Многие инвесторы полагают, что рост объема торговли, сопровождаемый ростом цен — это ситуация, говорящая о сохранении существующего повышающегося тренда. Когда и цена, и объем торговли растут медленно и после этого происходит резкое падение цены, то можно ожидать начала понижающегося тренда.

Если существовал повышающийся тренд, и после этого наблюдается увеличение объема торговли при слабом росте цен, можно ожидать смены тренда.

Если существовал понижающийся тренд и после этого наблюдается увеличение объема торговли при незначительном изменении цены, можно ожидать смены тренда.

В целом рост объемов торговли говорит о появлении интереса инвесторов к рынку и о том, что у них произошла переоценка мнений в отношении конъюнктуры рынка.

Следующая характеристика, учитываемая в техническом анализе, — это определение числа непокрытых продаж акций (коротких продаж). Когда инвесторы полагают, что курсовая стоимость акций будет падать, они занимают бумаги и продают их в надежде выкупить позже по более низкой цене. Рост количества открытых позиций коротких продаж говорит о том, что текущая конъюнктура имеет понижающийся тренд. В то же время можно ожидать, что в будущем тренд изменится на повышающийся, так как продавцы коротких акций должны будут их выкупить, чтобы вернуть кредиторам. Это возможно удержит цены от дальнейшего понижения или даже вызовет их рост. Конкретная картина зависит от объема открытых коротких позиций по сравнению со средним ежедневным объемом торговли. Если он начинает превышать средний объем дневной торговли, можно ожидать повышения цен. Аналитики полагают: сигналом к покупке должна служить ситуация, когда стоимость открытых коротких позиций превысит средний объем дневной торговли в 1,5 раза.

В рамках технического анализа существует теория противоположного мнения, согласно которой инвестор должен предпринимать действия, противоположные общему настроению на рынке, т. е. продавать, когда остальные лица стремятся купить бумаги, и покупать их, когда другие стараются их продать. Одним из элементов теории противоположного мнения является учет действий мелких инвесторов. Опытный аналитик должен следить за их поведением на рынке и в ряде случаев принимать решения противоположные их действиям. Такой вывод возникает в связи с тем, что мелкий инвестор часто запаздывает с выходом на рынок. Он начинает активно покупать акции, когда повышающийся тренд практически исчерпал себя, и увеличивает продажи, когда понижающийся тренд близок к своему завершению.

10. Фундаментальный анализ

Фундаментальный анализ — это анализ факторов, влияющих на стоимость ценной бумаги. Он призван ответить на вопрос, какую бы бумагу следует купить или продать, а технический анализ — когда это следует сделать.

Центральная часть фундаментального анализа — изучение производственной и финансовой ситуации на предприятии-эмитенте. Анализ отчетности и расчет финансовых коэффициентов позволяют определить финансовое состояние предприятия. Выделяют следующие группы показателей.

а) *Показатели платежеспособности (ликвидности)*. Они дают представление о способности предприятия осуществлять текущие расчеты и оплачивать краткосрочные обязательства. К ним относят коэффициент абсолютной ликвидности, промежуточный коэффициент покрытия, общий коэффициент покрытия.

б) *Показатели финансовой устойчивости*. Они показывают уровень привлечения заемного капитала и способности предприятия обслуживать этот долг. К ним относят коэффициент собственности торской задолженности в стоимости имущества, удельный вес собственных и долгосрочных заемных средств.

в) *Показатели деловой активности*. Они говорят о том, насколько эффективно используются средства предприятия. К ним относят коэффициенты оборачиваемости запасов, оборачиваемости собственных средств, общий коэффициент оборачиваемости.

г) *Показатели рентабельности*. Они позволяют судить о прибыльности предприятия. К ним относят коэффициенты рентабельности имущества, и другие коэффициенты.

Анализ финансовой отчетности требует от инвестора хорошего знания учетной практики, так как в существенной степени его задача заключается в том, чтобы определить, насколько данные бухгалтерских балансов соответствуют реальному положению вещей на предприятии, не завышена или не занижена его прибыль, какова вероятность погашения кратко- и долгосрочной задолженности. Финансовые и производственные показатели следует анализировать за ряд лет, чтобы получить картину развития ситуации на предприятии.

Предметом изучения является дивидендная политика предприятия, которая позволяет сделать выводы относительно его инвестиционных планов. Кадровая политика на предприятии также может послужить источником информации для оценки перспектив его развития. Если руководство уделяет внимание работе с молодыми специалистами, это можно рассматривать как позитивный фактор.

Помимо анализа положения дел на самом предприятии аналитику, занимающемуся фундаментальным анализом, необходимо изучать факторы макроэкономического характера, а также рынок, на котором действует интересующее его предприятие. Это открывает инвестору понимание долгосрочной и среднесрочной конъюнктуры. Такое знание особенно важно для вкладчика, ориентирующегося на продолжительные тренды.

Анализ экономической ситуации в стране и ее перспектив требует знаний в области макроэкономики. В поле зрения инвестора должны быть следующие показатели:

- объем валового внутреннего или валового национального продукта;
- уровень инфляции, безработицы, процентной ставки, объема экспорта и импорта;
- валютный курс;
- величина государственных расходов и заимствований на финансовом рынке и т. п., так как данные переменные определяют общий экономический климат в стране.

Макроэкономические факторы характеризуются тем, что они, большей частью, в тенденции одинаково влияют на курсовую стоимость бумаг. Например, мероприятия Центрального банка по изменению процентной ставки изменяют как общий уровень инвестиционной активности в стране, так и ставку дисконтирования при определении стоимости бумаг.

Анализ рынка, на котором действует интересующее инвестора предприятие, требует специальных отраслевых знаний. Доходы предприятия зависят от объема реализации его продукции. Объем реализации определяется динамикой спроса и предложения соответствующей продукции на рынке, в том числе наличием товарных запасов, а также импорта аналогичных изделий. На результаты деятельности предприятий сельскохозяйственного сектора существенное влияние оказывают погодные факторы. В экономике товарные рынки взаимосвязаны. Поэтому анализ рынка промежуточной продукции должен сопровождаться изучением ситуации на рынках товаров, для которых она служит исходным материалом. Например, положение на рынке золота в существенной степени зависит от перспектив развития электронной и ювелирной промышленности. Проведенный фундаментальный анализ в совокупности с изучением положения в отрасли и экономике в целом может дать инвестору значимые результаты, указав на целесообразность купить или продать ценную бумагу.