

Правила игры нужно знать, но лучше устанавливать их самому.

Анджей Сток

Введение

Мы, люди, не можем жить без взаимодействия с другими людьми, и, по закону иронии, иногда кажется, что мы все же живем, несмотря на это взаимодействие. Производство и обмен требует кооперации между индивидами на некотором уровне, но то же взаимодействие может привести к разрушительным конфронтациям. Человеческая история — это и история войн и сражений, и история успешного сотрудничества. Примеры буквально повсюду: отношения между супругами, братьями, странами, менеджментом и профсоюзом, соседями, студентами и профессорами и т.д.

В нашем курсе мы будем изучать принципы, на которых основано кооперативное поведение, в отличие от стратегического поведения, свойственного отдельным индивидуумам, преследующим свои узкоэгоистические цели. Так что наш курс, по аналогии с существующей дисциплиной *«Исследование операций»*, можно было бы назвать *«Исследование кооперации»*. Слово *‘кооперация’* в данном контексте имеет смысл *совместные, коллективные, объединенные действия*. Еще одно весьма удачное название, точно отражающее существо рассматриваемых проблем, *«Кооперативное принятие решений»* — это название книги [?], вдохновляющей нас как в педагогической, так и в практической работе. *Кооперативное принятие решений* — это *совместное, коллективное, групповое, общественное* принятие решений, направленное на *выбор и распределение* (выбор из некоторого множества альтернатив, распределение некоторых благ), поэтому неплохим названием предмета явилось бы и такое: *«Кооперативный выбор и распределение»*.

Тем не менее мы акцентируем внимание еще на слове *‘игры’*. Имеются в виду математические модели взаимодействий между индивидуумами, в которых тот или иной выбор поведения каждым из них приводит к определенному результату (например, распределению материальных благ), более или менее предпочтительному для каждого индивидуума. В данных моделях отражается и конфликт между участниками игры, и сотрудничество, приводящее иной раз к более приемлемому исходу.

Предметом теории игр являются ситуации, в которых главное место занимает взаимодействие между индивидуумами, конфронтация и кооперация, а также разрешение таких ситуаций. Имеется ряд определений математической теории игр. Все они сводятся к следующему. Теория игр — междисциплинарная область исследований, использующая математический аппарат для моделирования экономических и социальных процессов принятия оптимальных и рациональных решений в условиях конфликта и сотрудничества.

Всякая математическая модель социально-экономического взаимодействия должна включать в себя:

- 1) множество заинтересованных сторон (игроков);
- 2) возможные действия каждой из сторон (стратегии или ходы);
- 3) интересы сторон, представленные предпочтениями или величинами выигрыша каждого из игроков.

Исходным предположением теории игр является принцип общего знания, заключающийся в том, что величины выигрышей и множества стратегий игроков общеизвестны, т.е. каждый игрок принимает решение о действиях, обладая знанием как о всех своих возможных действиях и выигрышах, так и о возможных действиях и выигрышах всех остальных игроков.

Формализация содержательного описания конфликта представляет собой его математическую модель, которую называют игрой.

Вот ряд ярких примеров.

ПРИМЕР 1. Дилемма заключенного. Два преступника попали за решетку в разные камеры и допрашиваются. Если оба признаются, то получают с учетом чистосердечного признания каждого по 5 лет тюрьмы. Если только один признается, его освободят и используют как свидетеля против другого, который получит тогда максимальный для данного вида преступления срок 10 лет. Если же ни один не признается, им будет инкриминирована меньшая вина (скажем, незаконное ношение огнестрельного оружия) и каждый получит 1 год тюрьмы. У каждого имеется две стратегии (варианта поведения): М — не признаваться (молчать), Г — признаваться (говорить).

Отразим имеющиеся возможности в матрице размера 2×2 , поставив в заголовке каждой строки стратегию 1-го участника, и аналогично в заголовке каждого столбца стратегию 2-го участника. Выбор своих стратегий каждым из участников приводит к определенному *исходу*, а с каждым исходом связан результат, который и запишем в матрицу в виде вектора с двумя компонентами — сколько лет получит каждый. Тюрьма — это плохо, это отрицательное благо. Поэтому, руководствуясь общим принципом: *лучше* значит *больше*, поставим знаки *минус* перед количеством лет.

	М	Г
М	-1, -1	-10, 0
Г	0, -10	-5, -5

Этот пример приписывается Альфреду Таккеру и интересен тем, что имеет два разумных исхода — кооперативный (М,М) и некооперативный (Г,Г).

Проанализируем выбор стратегии со стороны 1-го участника. Если 2-й участник выбирает стратегию М, то для 1-го лучше стратегия Г (так как $0 > -1$); если стратегия 2-го — Г, то для 1-го опять лучше Г (так как $-5 > -10$). Это рассуждение показывает, что у каждого участника есть доминирующая стратегия Г, превосходящая прочие стратегии при любом фиксированном выборе стратегии другим участником. Поскольку каждый участник хочет максимизировать свое «благо», «разумным» и равновесным исходом будет (Г,Г).

Однако результат, диктуемый данным равновесием, значительно хуже результата, к которому привели бы кооперативные действия.

Допустим, что участники могут сотрудничать друг с другом; тогда им следует договориться придерживаться стратегии М. Но кооперативный исход (М,М) неуравновешен — у каждого участника есть веская причина нарушить соглашение.

Действительно, если 1-й участник нарушает соглашение, а 2-й остается с прежней стратегией, то 1-й участник серьезно улучшит свое положение, причем 2-й участник потеряет больше, чем в случае, когда оба нарушают соглашение.

Чтобы найти решение, необходимо добавить еще одно из двух взаимоисключающих допущений.

Первое: Эта игра — стратегическая, и в ней общение участников с целью выработать общую линию поведения невозможно.

Второе: Соглашения между участниками являются обязательными. Последствия их нарушений столь губительны, что их (нарушения) не следует учитывать.

ПРИМЕР 2. «Поделить доллар». Двум участникам игры предлагается поделить между собой один доллар; если они не договорятся, то не получают ничего. Конечно, делить можно не доллар, а что угодно — миндальный пирог, квартиру, миллион долларов. Договариваться они могут долго, путем многораундовых торгов. Но мы остановимся на модели одноразовых заявок. Предположим, что каждый участник независимо от другого делает заявку «хочу получить столько-то центов», первый — x_1 , второй — x_2 . Далее возможны разные схемы дележа.

Ультимативный дележ. Если $x_1 + x_2 \leq 100$, т.е. сумма заявок не превосходит доллара, оба запроса исполняются: каждый получает столько, сколько запросил. В противном случае никто ничего не получает, поскольку суммарную заявку невозможно исполнить. В таком случае разумно просить 50, так как, ожидая, что и второй участник поступит так же, можно получить вполне реальную сумму.

Можно сразу дать каждому половину — участники и так, руководствуясь здравым смыслом, к этому придут. Это *эгалитарный* (равный) дележ.

Схема *пропорционального* дележа более мягкая для участников. В ней не предполагается наказание для слишком жадных. Доллар делится пропорционально сделанным заявкам: первому достанется $100x_1/(x_1+x_2)$, второму — $100x_2/(x_1+x_2)$ (центов). Например, если первый запросит 70, а второй 80, то получают они соответственно $7/15$ и $8/15$ от общей суммы.

Здесь возможно стратегическое поведение участников. Несмотря на то, что реально получить 50:50, и первый игрок честно просит свои 50 центов, второй может увеличить свою долю, сообщив, что ему необходимы все 100. В таком случае дележ будет произведен в пропорции 1:2 (т.е. $33\frac{1}{3}$ и $66\frac{2}{3}$). Но стоило ли тогда первому игроку оставаться честным?

Пойдем еще дальше — а что, если запросить не 100, а сразу, скажем, 1000? Ясно, что пропорциональный дележ надо ставить в какие-то рамки, иначе получится полная неразбериха.

В данном примере арбитр, получив заявки от участников, производит дележ, следуя определенной схеме. Какой именно — зависит от принципов (аксиом), которых придерживается арбитр, выстраивая схему дележа.

ПРИМЕР 3. 20-ходовая игра. Представьте, что вы участвуете в следующей игре. Двадцать участников по очереди, каждый согласно своему номеру, делает один ход. Ход заключается в том, чтобы остановить игру или продолжить ее.

Игра проходит в интернете; вы и другие участники зарегистрировались и получили по жребию номера: первый, второй, и т.д. Никто друг друга не знает. Когда приходит ваш черед сделать ход, вы должны нажать на одну из кнопок: Stop или Pass. Если вы нажимаете на Stop, игра останавливается, и вы получаете

10 долларов. По интернету их тут же перечисляют вам на кошелек. Остальные игроки не получают ничего. Если никто не останавливает игру, т.е. все нажали кнопку Pass, то каждый из участников получает 20 долларов.

Ясно, что игроку выгодно кооперативное поведение, т.е. второй случай. Но участники игры лишены возможности договориться между собой, и вести себя кооперативно они могут лишь на свой страх и риск. Если игрок разумен, рационален и эгоистичен (т.е. привык полагаться только на себя), то его выбором будет остановить игру и забрать 10 долларов, так как в противном случае он не будет надеяться на единогласие, ожидая, что следующий за ним игрок также разумен, рационален и эгоистичен.

Как поведете себя Вы, предполагая, что Вы — номер первый?

ПРИМЕР 4. Брачный контракт. (Загадка Талмуда). Среди великого множества загадок древних цивилизаций есть одна из экономико-правовой сферы. Мы найдем ее в Вавилонском Талмуде — своде законов и традиций, действовавших в течение первых пяти веков нашей эры, которые служили основой иудейского религиозного, уголовного и гражданского права.¹ Рассматривая ситуацию дележа между тремя женами имущества умершего мужа, который дал им конкретные имущественные обещания в абсолютном выражении, но оставил состояние, недостаточное для того, чтобы выполнить их в полном объеме, Талмуд предписывает решение в зависимости от соотношений между величинами имущества и обещаний (требований).

	100	200	300
100	$33\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$
200	50	75	75
300	50	100	150

Свадебные контракты предписывают, что первая, вторая и третья жены должны получить 100, 200 и 300, соответственно. Если стоимость имущества умершего мужа составляет только 100, Талмуд рекомендует распределить его поровну: (33, 3; 33, 3; 33, 3). Если имущество оценивается в 300, то предлагается пропорциональное распределение: (50, 100, 150). Если же имущество стоит 200, то рекомендация такова: (50, 75, 75).

С точки зрения современного права это — ситуация банкротства. Помимо хорошо понятного эгалитарного и пропорционального способов дележа, во второй строке присутствует совершенно мистические цифры. Объяснение было найдено лишь в 1985 г. Р. Ауманом и М. Машлером в терминах n -ядра кооперативной игры.²

¹ *Талмуд* (древнееврейское, буквально — «изучение») — собрание догматических, религиозно-этических и правовых положений иудаизма, сложившихся в 4 в. до н. э. — 5 в. н. э. частью на древнееврейском языке, частью на диалектах арамейского. Включает *Мишну* («Повторение») — толкования *Торы* и *Гемару* («Завершение») — толкования Мишны. Содержит правовые положения, регламентирующие религиозную, семейную и гражданскую жизнь иудеев (*Галаха*), и мифы, легенды, притчи, сказки, рассказы, сопутствующие Галахе (*Аггада*). Различают *Палестинский* и *Вавилонский* Талмуд (по месту составления Гемары).

² См. также [?, с. 215].

Направления математической теории игр.

Следует отметить один класс реальных игр, которые удастся детально проанализировать — это игры, которые иногда называют логическими играми, но точнее их будет называть комбинаторными играми вследствие той неопределенности, которая в них возникает — комбинаторной.

Комбинаторные игры как предмет серьезного исследования стали привлекать внимание математиков, начиная с начала XX века. Перечислю тех математиков, кто внес значительный вклад на самой заре появления теории комбинаторных игр: англичанин Чарльз Баутон (Charles Bouton), немецкие математики Эрнст Цермело (Ernest Zermelo), Эммануил Ласкер (Emmanuel Lasker), венгерские математики Денеш Кёниг (Dénes König) и Ласло Кальмар (László Kalmár). Наконец, основополагающие концепции данной теории были введены Роландом П. Шпрагом (Roland P. Sprague), П. М. Гранди (P.M. Grandi) и Джоном Конвеем (John Conway).

Кратко говоря, семейство комбинаторных игр состоит из игр двух лиц с совершенной информацией (нет скрытой информации, как в некоторых карточных играх), нет случайных ходов (как при бросании костей), игроки делают ходы поочередно, а результатом может быть только выигрыш–проигрыш или ничья, причем ничья подразделяется на статическую (конечная позиция, в которой ни один игрок не выигрывает, как, например, в крестиках-ноликах) и динамическую (позиция, в которой у игрока есть непроигрывающий ход, но нет выигрывающего, — например, вечный шах в шахматах).

Помимо комбинаторных игр, огромные усилия со стороны многих математиков были направлены и на изучение другой стороны игр, в которой моделируется экономическое и социальное поведение людей. В результате появилась так называемая «математическая теория игр» (хотя ее, скорее всего, по праву надо было бы назвать «экономической теорией игр»). Предметом данной теории является *игра* как математическая модель коллективного поведения. Под игрой понимается процесс, в котором участвуют несколько сторон (агентов), обладающих различными собственными интересами и ведущих борьбу за реализацию своих интересов. Исход игры зависит от действий каждого из агентов. Антагонизм интересов вводит в игру конфликт, в то время как близость интересов рождает координацию. Целью игры со стороны каждого агента является максимизация получаемой им *полезности* (*выигрыша*). Каждая из сторон, руководствуясь своей целью, выбирает одну из своих стратегий, и в результате приходит к победе или поражению — в зависимости от поведения других игроков. Теория игр дает средства для расчета лучших стратегий с учетом знания о других участниках, доступных им ресурсах и принципах их поведения. Методы теории игр нашли широкое применение в экономике, социологии, политологии и других общественных науках, в биологии (для исследования поведения животных), а также в сфере искусственного интеллекта (в связи с появлением интереса к исследованию поведения интеллектуальных агентов).

В экономической теории игр имеется три основных формы представления игры. Это *расширенная* форма (дерево игры), *нормальная* форма (стратегические матрицы) и форма *характеристической функции*, которая применяется в теории

кооперативных игр. Теория кооперативных игр — это теория коалиций; в ней изучаются игровые ситуации, в которых допустимы совместные действия игроков и побочные платежи (перераспределение выигрыша).

Чтобы глубже прочувствовать различие экономической и комбинаторной теории, обратимся к обзору³, в котором, в частности, рассматриваются основные *виды неопределенности* в игре.

1. *Комбинаторная* (вариантов очень много). Таковы игры, непредсказуемость результата которых проистекает от комбинаторных причин. В них имеется огромное количество вариантов, и проанализировать их в течение разумного промежутка времени невозможно даже при наличии современных сверхбыстрых ЭВМ. Примером игры с комбинаторной сложностью и с большим количеством вариантов могут являться шахматы.

2. *Случайная* (игроки не знают, что происходит в игре). Случайное может появляться либо в результате действия внешних (по отношению к участникам игры) сил: рассеивание попаданий при стрельбе по мишеням, метеорологические условия, случайные обстоятельства того или иного характера⁴, либо в результате сознательных поступков игроков, запутывающих процесс игры специально организованными действиями: бросание монеты или игральной кости, тасование карт, использование рулетки или другого механизма для выбора случайного числа. Игры, в которых неопределенность исхода связана со случайностью, называются азартными играми. Примерами могут служить орлянка, кости, рулетка.

Встречается, и нередко, сочетание комбинаторной сложности со случайной, например, карточные пасьянсы — неопределенность в них имеет двоякую природу: это и случайное расположение карт в колоде, и огромное число вариантов конфигураций, составленных из открытых карт на столе.

3. *Стратегическая* (игрок не знает, как будут вести себя другие игроки). Данный вид неопределенности — стратегическая неопределенность очень важен при исследовании явлений социально-экономической сферы. Здесь неопределенность вплетена в самую суть игры — игрок должен делать ход, не имея информации о том, какой ход сделал его партнер, либо участники делают ходы одновременно, не сговариваясь друг с другом. Стратегические игры в их чистом виде встречаются редко — чаще можно встретить их смешанные варианты. Например,

(1) Морской бой: неопределенность стратегическая + комбинаторная.

(2) Покер: неопределенность стратегическая + стохастическая.

(3) Преферанс: неопределенность стратегическая + стохастическая + комбинаторная.

Для конфликтов характерно то, что ни один из его участников заранее не знает решений, принимаемых остальными участниками. Другими словами участники конфликтов вынуждены действовать в условиях риска и неопределенности. Неопределенность исходов может проявляться не только в результате сознательных действий других участников, но и как результат действия тех или иных стихийных сил.

³ Н.Н.Воробьев. Развитие теории игр. — Добавление к книге: [?], с. 634–636.

⁴ Например, случайные потоки требований в обслуживающую систему; случайные потоки денежных средств в банковскую систему или на предприятие и т.д.

Одна из основных задач теории игр — разработать концепции решения, позволяющие предсказывать что-то относительно результата игры и того, как будут взаимодействовать игроки. В теории игр предложено множество таких концепций *решения*, или понятий *равновесия*, в основном применимые в экономике, но также в политических, социальных науках и, возможно, в биологии.

Интерпретация игровых моделей и предложенных концепций решения — предмет дискуссий. Имеется две точки зрения. С *дедуктивной* точки зрения, игроки сталкиваются с игрой, с которой ранее не были знакомы. Чтобы решить, какие действия предпринять, они будут анализировать игру, рассуждая о том, какие действия оптимальны для них (при имеющихся у них предпочтениях). Далее, они будут, как правило, предполагать, что их противник точно так же рационален в попытках оптимизировать результат игры в соответствии со своими предпочтениями. Это все приводит к рассуждениям типа: «Так как мой противник стремится максимизировать свой выигрыш, он (она) пойдет влево в позицию x , а мне тогда лучше пойти вправо в позицию y ...»

С *эволютивной* точки зрения, игроки разыгрывают игру снова и снова, и их поведение в игре — не столько результат тщательного анализа игры, сколько результат их прошлого опыта участия в игре. Игроки здесь недальновидны и строят свое поведение методом проб и ошибок.

Какую точку зрения принять, зависит от того, считать ли основной целью теории игр описание или предписание. Если цель — это выявить некоторые «законы», описывающие, как игроки ведут себя в определенных играх, то более уместна эволютивная точка зрения. Если же необходимо определить предписания, как поступать игроку в некоторой игре, чтобы получить наилучший результат, то следует, возможно, опираться на рациональность игроков и их рассуждения об игре.

Развитие теории игр.

Азартные игры исследовались с математической точки зрения очень и очень давно; изучение таких игр привело к возникновению теории вероятностей.

Принцип недостаточной причины (или принцип индифферентности, как называл его Дж. Кейнс в своей книге «Исследования по теории вероятностей»⁵), формулируется следующим образом: если нет никаких оснований считать какое-либо из n взаимоисключающих событий более вероятным, чем любое другое, то каждому из этих событий следует приписать вероятность $1/n$. Руководствуясь данным принципом, возможно неосознанно, игрок априорно оценивает свои шансы как равные с шансами другого игрока, в силу чего он бывает готов помериться силами даже с более умным и опытным противником.

Издавна привлекали к себе внимание в неоклассической экономике и стратегические игровые ситуации. Однако первая попытка построить на их основе математическую теорию была предпринята лишь в 1921 г. Эмилем Борелем, исследовавшим игры с точки зрения стратегий, а затем в 1928 г. Джоном фон Нейманом, доказавшем теорему о минимаксе — краеугольном камне теории стратегических игр.

⁵ Keynes M., Treatise on Probability, 1921. Кейнс больше известен как экономист, но его книга по теории вероятностей тоже стала классической.

Окончательное оформление новой математической дисциплины — теории (кооперативных и стратегических) игр было осуществлено Дж. фон Нейманом и О.Моргенштерном в 1944 г. в их замечательном труде [?]. Эта книга продемонстрировала новый подход к общей задаче исследования поведения в конфликтных ситуациях, а также в ситуациях кооперации. С этого времени теория применяется к различным игровым задачам — экономическим, военным, политическим и социальным. Одно время даже казалось, что теория игр совершит переворот в названных областях.

В [?] были впервые изложены математические аспекты и приложения теории, введены основные понятия, используемые ныне в теории игр: стратегия, цена игры, а также обоснован эффективный путь для отыскания оптимальной стратегии, которая может быть как чистой, так и смешанной. Модель конфликтного поведения нескольких лиц, рассмотренная в [?], представляла собой кооперативную игру с трансферабельной полезностью в форме характеристической функции. В частности, впервые появились понятия кооперативной игры (с трансферабельной полезностью), коалиционной формы игры, характеристической функции и устойчивых множеств (известных также как Н-М-решения) и были подробно проанализированы простые игры n лиц (соответствующие схемам голосования). В книге содержались главным образом экономические примеры, поскольку экономическому конфликту легче всего придать численную форму. Во время второй мировой войны и сразу после нее теорией игр серьезно заинтересовались военные, которые увидели в ней аппарат для исследования стратегических решений.

В игре имеется множество игроков, пусть это множество N . Кооперативная ТП-игра определяется характеристической функцией, которая каждому подмножеству $S \subset N$ (коалиции игроков) ставит в соответствие вещественное число $v(S)$, выигрыш (или ценность) коалиции S . Как правило, требуется $v(\emptyset) = 0$. Сформировавшись, коалиция S может разделить свой выигрыш $v(S)$ любым возможным способом среди своих членов.

Дж. фон Нейман и О.Моргенштерн выводили характеристическую функцию из стратегической формы игры. С их точки зрения, выигрыш коалиции S есть значение максимина в игре двух лиц с нулевой суммой, в которой одним участником выступает данная коалиция S , а другим — ее дополнение $N \setminus S$.

В настоящее время, однако, характеристическая функция кооперативной игры рассматривается как самостоятельное, базисное понятие, поскольку во многих приложениях кооперативных игр данная функция появляется вне всякой связи со стратегическими играми. Таковы, например, многие задачи распределения затрат, задачи банкротства, задачи распределения прибыли.

После [?], фундамент теории стратегических игр заложили Альфред Таккер ("Дилемма заключенного") и Джон Нэш, введя в своих работах определение и критерий существования ситуации равновесия. Ситуация, образующаяся в результате выбора всеми игроками некоторых своих стратегий, называется равновесной, если ни одному игроку невыгодно изменять свою стратегию при условии, что остальные игроки придерживаются равновесных стратегий.

В то же время важный вклад в теорию кооперативных игр внесли Дж. Нэш (аксиоматические торги), Л. Шепли (оператор значения) и Д. Джиллис (ядро игры).

В свое время было много предсказаний о грядущей революции в экономических науках благодаря использованию нового подхода, и эти прогнозы не казались слишком смелыми — ведь теория игр с самого начала претендовала на исследование рационального поведения при принятии решений в конфликтных и взаимосвязанных ситуациях, а именно подобные ситуации характерны для экономических и социальных наук. Стратегическое поведение, конкуренция, кооперация, риск и неопределенность — все эти ключевые понятия экономической теории имеют свое непосредственное отражение в различных конструкциях и моделях теории игр.

Различие между кооперативными и бескоалиционными играми.

Игры моделируют явление конфликта. В ряде конфликтов интересы игроков не являются диаметрально противоположными — в таких случаях игроки стремятся найти ситуации равновесия. Более того, природа множества конфликтов допускает сотрудничество между участниками (кооперирование, согласование способов действия, обмен информацией и т.п.).

В бескоалиционных играх учитываются интересы только каждого отдельного участника, а в кооперативных играх добавляются интересы возможных групп этих участников.

В классической теории игр кооперативные и бескоалиционные игры трактуются совершенно по-разному, и различие между этими классами игр играет весьма важную роль. Дж. Нэш, который первым ввел это различие, определил кооперативные игры как игры, допускающие как *свободный обмен информацией*, так и *принудительные соглашения* между игроками, в отличие от бескоалиционных игр, где не допускается ни то, ни другое.

Кооперативная игра характеризуется тем, что игроки могут заключать обязывающие соглашения относительно распределения платежей (выигрышей) между собой или относительно выбора стратегий, даже если возможность этих соглашений не явствует из правил игры. Обязывающие соглашения повсеместно встречаются в экономике. Почти все одноэтапные трансакции купли-продажи являются обязывающими. Многие многоэтапные трансакции купли-продажи основываются на обязывающих началах. Обычно соглашение или контракт является обязывающим, если его нарушение влечет за собой такие финансовые потери или штрафы, которые предотвращают невыполнение данных соглашений. Однако соглашения, оформляемые юридически, могут быть более разнообразными.

Помимо очевидного конфликта интересов, *кооперативные игры* учитывают возможность кооперации; при этом принципы оптимальности, на которых основывают свои действия агенты, становятся более вариабельными. К числу наиболее известных и полярных по своей природе принципов оптимальности относятся принципы эгалитаризма (равной выгоды) и утилитаризма (наибольшего блага).

В основе кооперативных игр лежит предположение о том, что агенты, координируя свое поведение и объединяясь в коалиции, могут достичь большего. Такая кооперация представляет для агентов несомненную ценность, однако различную для различных агентов, что влечет за собой необходимость косвенных платежей.

Основная проблема теории кооперативных игр состоит в том, чтобы «разумно» разделить выигрыш, получаемый коалицией, среди участников этой коалиции.

В теории кооперативных игр основная единица анализа — это, как правило, группа участников, или коалиция. Если игра определена, то частью этого опре-

деления является описание того, *что* каждая коалиция игроков может получить (чего она может достичь), без указания на то, *как* исходы или результаты будут влиять на конкретную коалицию.

Обычно кооперативная игра задается характеристической функцией $v(S)$, определенной для каждой возможной коалиции S . Агенты (игроки, участники) вступают в переговоры. Если часть из них объединится в коалицию S , то они как единая группа получают выигрыш (полезность) $v(S)$. Распределение выигрыша между участниками коалиции становится предметом дальнейших переговоров. По существу, характеристическая функция указывает, какую полезность члены коалиции могут себе гарантировать, если коалиция сформирована.

Теория игр — замечательный междисциплинарный подход к изучению поведения человека. В теории игр пересекаются математика, экономика и другие социальные и поведенческие науки. Начиная с работ Дж. фон Неймана, понятие игры представляет собой научную метафору, выражающую взаимодействия между людьми в самом общем смысле слова, результат которого зависит от того, какие стратегии выбирают участники этого взаимодействия, имеющие противоположные или по крайней мере несхожие мотивы.

Теория игр — захватывающая тема. Все мы знаем множество игр-развлечений, таких, как шахматы, покер, крестики-нолики, бридж, бейсбол, компьютерные игры — список весьма разнообразен и почти бесконечен. Кроме того, имеется еще обширная область экономических игр, политических игр, социальных, и, наконец, военных игр. Конкуренция между фирмами, конфликт между менеджерами и работниками, борьба за проведения законопроекта в конгрессе, война и мирные переговоры между государствами — все это примеры игр в действии. Есть еще психологические игры, разыгрываемые на личностном уровне, в которых оружием являются слова, а выигрышем — хорошие или плохие чувства. Есть биологические игры, межвидовая конкуренция, где естественный отбор может быть смоделирован как игра между генами. Теория игр имеет серьезные связи и точки соприкосновения с математической логикой и компьютерными науками.

Теория кооперативных игр находит применение при решении ряда социальных вопросов, например, связанных с ухаживанием и браком, когда необязательно имеется в виду денежная выгода, или возникающих при выборах в парламент, когда баллотироваться могут несколько человек. Теоретико-игровой подход к изучению формирования коалиций — это своего рода уже традиция в социальных и политических науках.

Немаловажное упоминание делает Википедия об отражении теории игр в общественной культуре: в 1998 году американская писательница и журналистка Сильвия Назар издала книгу о судьбе Джона Нэша, нобелевского лауреата по экономике и ученого в области теории игр; а в 2001 г. по мотивам книги был снят фильм «Игры разума». (Теория игр — одна из немногих областей математики, за достижения в которой можно получить нобелевскую премию.) Некоторые американские сериалы, например, “Friend or Foe?”, “Alias” и “NUMB3RS”, часто упоминают теорию игр в своих эпизодах.

Нобелевскими лауреатами по экономике за достижения в области теории игр стали: Роберт Ауманн, Райнхард Зелтен, Джон Нэш, Джон Харшаньи, Томас Шеллинг.

Теория игр — предмет, внутренне полный парадоксами и сюрпризами. Тем не менее, теория игр — серьезная дисциплина, настолько, насколько серьезна торговля, насколько серьезно люди подходят к выбору тех или иных действий. Иначе не было бы смысла советовать изучать такой сложный предмет. В математике есть гораздо более элегантные и привлекательные области с эстетической точки зрения. Все же, вряд ли будет преувеличением сказать, что всякому образованному человеку будет полезно знакомство с идеями теории игр, в том числе кооперативных.

Да. Человек все время играет.